TMA 660
Matematik CTH
Tentamensskrivning i Linjär algebra och geometri för F1
Datum: 2000-01-14, kl. 8.45 - 12.45.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Greger Cronquist, tel. 0740-459022.
OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.
==

1.(a) Bestäm ekvationen för det plan som går genom den räta linjen

$$x+5=\frac{y-3}{4}=\frac{z-1}{2}$$

och är parallellt med den räta linjen

$$\begin{cases} 2x-y+z-3=0 \\ x+2y-3z+5=0 \end{cases}. \qquad (4p)$$

(b) Bestäm origos spegelbild i planet från deluppgift (a). (4p)

2. Lös för varje värde på λ ekvationssystemet

$$\begin{cases} -\lambda x_1 & & -\ 2x_3 & +\ 2x_4 & = 0 \\ -3x_1 & +(4-\lambda)x_2 & -\ 3x_3 & +\ 3x_4 & = 0 \\ -4x_1 & & +(2-\lambda)x_3 & +\ 4x_4 & = 0 \\ -2x_1 & & +\ 2x_3 & +(4-\lambda)x_4 & = 0 \end{cases}. \qquad (8p)$$

3. Ekvationen

$$z^3-(1-i)z^2-(2-3i)z-10i=0$$

har en reell rot. Lös ekvationen. (8p)

4. Bestäm parametern λ så att vektorn $(7,-2,\lambda)$ kan uttryckas som linjärkombination av vektorerna $(2,3,5)$, $(3,7,8)$, $(1,-6,1)$. (7p)

5. Beräkna determinanten av typ $n\times n$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 & 1 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{vmatrix}. \qquad (8p)$$

6. Låt α vara ett komplext tal sådant att $\alpha+\frac{1}{\alpha}=2\cos\phi$ för något reellt ϕ. Visa att $\alpha^n+\frac{1}{\alpha^n}=2\cos n\phi$ för varje naturligt tal n. (7p)

7. Formulera och bevisa den distributiva lagen för skalär produkt (inkl. projektionsformeln). (6p)

8. Formulera och bevisa Cramers regel. (8p för godtyckligt n; 5p för $n=3$)