MATEMATIK
Chalmers Tekniska Högskola

Ange CTH - nummer eller personnummer, samt linje, inskrivningsår och namn.

Tentamensskrivning i
Linjär algebra och geometri för F1, (TMA 660)
Datum: 2002-01-17, 08.45 - 12.45
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Tel.vakt: Richards Grzhibovskis tel. 0740 459022

---

1. Ekvationen $2z^4 + 4z^3 + 5z^2 - 3z + 9 = 0$ har roten $(1 + i\sqrt{3})/2$. (8p)
   Bestäm, på formen $a + ib$ $(a, b \in \boldsymbol{R})$, samtliga lösningar till ekvationen.

2. a) Visa att planen π_1: $x + 2y + z = 3$ och π_2: $3x - 2y + z = -7$ är vinkelräta mot varandra. (2p)

   b) Bestäm ett plan π_3 som innehåller punkten $(1, -2, 0)$ och som är vinkelrät mot både π_1 och π_2 ovan. (3p)

   c) Bestäm skärningspunkten mellan planen π_1, π_2 och π_3. (3p)

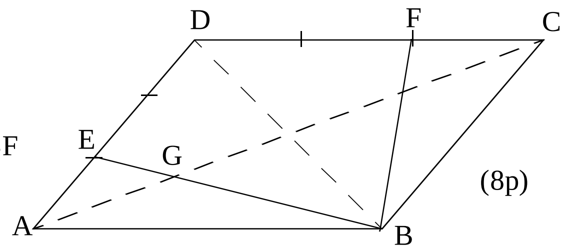
3. a) För vilka reella tal a är matrisen A inverterbar, där (8p)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & a & 2 & -1 \\ a+2 & 0 & a-1 & 3 \\ 1 & a-1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

   b) Bestäm inversen för A då $a = 2$.

4. Beräkna volymen av den tetraeder som har hörn i punkterna (4p)
   $(1, 1, 2)$, $(2, 4, 7)$, $(0, 1, 4)$ och $(1, 0, 4)$.

5. Betrakta parallellogrammen ABCD till höger. Sidorna AD och CD är vardera delade i tre lika långa sträckor (se figuren). Visa att BE, BD, och BF delar AC i fyra lika långa sträckor. (8p)



6. Avgör om polynomet (8p)

$$x^{105} + 2x^{98} - x^{67} + x^{54} - 2x^{26} + x$$

   är delbart med $x^2 - x + 1$.

7. a) Låt $\boldsymbol{u}$ och $\boldsymbol{v}$ vara två vektorer. Beskriv i en figur projektionen av $\boldsymbol{u}$ på $\boldsymbol{v}$ och ange en formel för denna. (8p)

   b) Formulera och bevisa distributiva lagen för skalärprodukt.

8. a) Formulera och bevisa Cramers regel för 3×3 matriser. (8p)

   b) Lös med hjälp av *Cramers regel* ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}.$$

Lycka till !