MATEMATIK	**Tentamensskrivning i**
Chalmers Tekniska Högskola	**Linjär Algebra och Geometri för F1, (TMA 660)**
	Datum: 2002-08-21, 14.15 - 18.15
Ange CTH - nummer eller personnummer, samt linje, inskrivningsår och namn.	Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
	Telefonvakt: Erik Broman tel. 0740 459022

---

1. Avgör för vart och ett av följande påståenden om det är sant eller falskt. Enbart svar skall ges, alltså ett rakt ja eller nej. Rätt svar ger 1 poäng, fel svar ger -1 poäng och inget svar 0 poäng. Man kan dock inte få mindre än 0 poäng på hela uppgiften. (6p)

   a) Varje homogent ekvationssystem med fler obekanta än ekvationer har oändligt många lösningar.

   b) Matrisen $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ är inverterbar.

   c) Låt A, B och C vara kvadratiska matriser av samma storlek. Om $AB = AC$ och om C är inverterbar så följer alltid att $B = C$.

   d) Om A är inverterbar så är A^{-1} inverterbar.

   e) Om $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ så är elementet i andra raden och första kolonnen till inversen för A lika med $\frac{-7}{18}$.

   f) Linjen l: $(x, y, z) = (-1, 0, 4) + t(2, 1, -4)$ skär planet π: $(x, y, z) = (2, -1, 1) + s(1, 1, 3) + t(0, 1, -4)$ i punkten $(3, 2, -4)$.

2. Visa att linjen l_1 genom punkterna $P_1 = (1, -1, -2)$ och $P_2 = (2, -1, 2)$ ligger i planet π : $(x, y, z) = s(1, -1, -2) + t(1, 0, 4)$. En andra linje l_2 ligger också i planet π och skär l_1 under rät vinkel i punkten P_2. Bestäm en ekvation för l_2. (7p)

3. Den algebraiska ekvationen $z^5 - 3z^4 + 8z^3 - 15z^2 + 15z - 18 = 0$ har en rent imaginär rot. Lös ekvationen. (7p)

4. Lös matrisekvationen $\boldsymbol{AXB} = \boldsymbol{C}$, där (8p)

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 3 & -10 \end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 19 & -10 & 15 & 4 \\ 32 & -12 & 24 & 6 \end{bmatrix}.$$

5. Lös följande ekvationssystem för alla reella värden på p. (8p)

$$\begin{cases} x + py + z = 1 \\ px + y + p^2z = 1 \\ -x + y + 2pz = 3 \end{cases}.$$

6. A är en $n \times n$ matris ($n \geq 2$) vars samtliga element är ettor. Bestäm inversen till $E - A$. (8p)

7. a) Formulera och bevisa multiplikationssatsen för determinanter (6p)

   b) Visa att om matrisen $\boldsymbol{A}$ är inverterbar så är $det\boldsymbol{A} \neq 0$. (2p)

8. Formulera och bevisa distributiva lagen för vektoriell produkt. (8p)