Linjär Algebra och Geometri, F1

Svar: 2004-08-18

1. Planets ekvation är: $2x + 2y + z = 5$. Avståndet från P till planet är $2/3$.

2. a)
$$\begin{cases} x &= 1+3t \\ y &= 1+2t \\ z &= -3t \end{cases}$$
b)
$$\begin{cases} \mathbf{u} &= (2,1)_{\underline{e}} \\ \mathbf{v} &= (2,2)_{\underline{e}} \\ \mathbf{w} &= (1,2)_{\underline{e}} \end{cases}$$

c) $-3+i$. d) $|\dfrac{1+i}{-\sqrt{3}+i}| = \sqrt{2}/2$ och $arg(\dfrac{1+i}{-\sqrt{3}+i}) = -7\pi/12$.

3. $V(A) = \mathbb{R}^3$ och $N(A) = span\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -18 \\ -1 \\ 0 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$

4. Standardmatrisen för T är $A = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ och T är ej volymbevarande.

5. $X = t\begin{bmatrix} 4 & 4 & -2 \\ 4 & 4 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$.

Svar: 2004-01-15

1. a) Nej b) $\theta = \dfrac{\pi}{6}$ c) $\begin{cases} x &= 4/3 \\ y &= 2/3 \end{cases}$

2. a) Rötterna är $z_1 = 2 - i$ och $z_2 = -1 + 2i$ b) $16 - 16i$

3. $\begin{cases} x &= -2+8t \\ y &= 4+2t \\ z &= 1-11t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$.

4. $X = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

5. $V(F) = span\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$.
Dvs $V(F)$ är ett plan i rummet och dess ekvation på normalform är: $3x - 5y - 7z = 0$.
Detta visar också att ekvationen $F(x, y, z) = (1, 1, 1)$ saknar lösning.

Svar: 2003-10-25

1. a) $\begin{cases} x &= 4+t \\ y &= 6+3t \\ z &= t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$ b) $x+3y+z=6$ c) $d=\sqrt{11}$, $\mathbf{u}_\pi=(3,-2,3)$

2. Rötterna är $z_1 = 1-2i$ och $z_2 = -1+3i$

3. $dimCol(A) = 2$, $Nul(A) = span\left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$

4. $y = 2x+1$, medelfelet är $\epsilon = 3/\sqrt{2}$

5. Standardmatrisen för $F \circ T$ är

$$\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{11}\begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 1 & 10 & 1 \\ -1 & -1 & 10 \end{bmatrix} = \frac{2}{33}\begin{bmatrix} 2 & 7 & -6 \\ 2 & 7 & -6 \\ -2 & -7 & 6 \end{bmatrix}$$

Svar: 2002-10-26

1. a) $6x+3y+2z=13$ b) $7/2$ c) 5 d) $30/7$

2. a) $Nul(A) = span\left\{ \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} \right\}$

b) $\mathbf{b} \in Col(A)$ om och endast om $\lambda = 11$.

Koordinaterna för $\mathbf{b}$ i basen $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2\}$ är $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

3. Rötterna är $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$, i, $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$, $\frac{-\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$, $-i$, $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$

$P(z) = z^6+1 = (z^2-\sqrt{3}z+1)(z^2+1)(z^2+\sqrt{3}z+1)$

4. a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & -12 & 4 \\ -1 & -5 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

b) $Y = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 5 & -6 \\ -4 & 6 \\ -7 & 12 \end{bmatrix}$, $X = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 5 & -6 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

5. $A = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

6. $X = -I$ är *enda* lösningen.