

TMA 660**Matematik CTH****Tentamensskrivning i Linjär algebra och geometri för F1**

Datum: 2000-01-14, kl. 8.45 - 12.45.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Greger Cronquist, tel. 0740-459022.

OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.

=====

1.(a) Bestäm ekvationen för det plan som går genom den räta linjen

$$x + 5 = \frac{y - 3}{4} = \frac{z - 1}{2}$$

och är parallellt med den räta linjen

$$\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y - 3z + 5 = 0 \end{cases} \quad (4p)$$

(b) Bestäm origos spegelbild i planet från deluppgift (a). (4p)**2.** Lös för varje värde på λ ekvationssystemet

$$\begin{cases} -\lambda x_1 & & - 2x_3 & + 2x_4 & = 0 \\ -3x_1 & +(4 - \lambda)x_2 & - 3x_3 & + 3x_4 & = 0 \\ -4x_1 & & +(2 - \lambda)x_3 & + 4x_4 & = 0 \\ -2x_1 & & + 2x_3 & +(4 - \lambda)x_4 & = 0 \end{cases} \quad (8p)$$

3. Ekvationen

$$z^3 - (1 - i)z^2 - (2 - 3i)z - 10i = 0$$

har en reell rot. Lös ekvationen. (8p)

4. Bestäm parametern λ så att vektorn $(7, -2, \lambda)$ kan uttryckas som linjärkombination av vektorerna $(2, 3, 5)$, $(3, 7, 8)$, $(1, -6, 1)$. (7p)**5.** Beräkna determinanten av typ $n \times n$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 & 1 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (8p)$$

6. Låt α vara ett komplext tal sådant att $\alpha + \frac{1}{\alpha} = 2 \cos \phi$ för något reellt ϕ . Visa att $\alpha^n + \frac{1}{\alpha^n} = 2 \cos n\phi$ för varje naturligt tal n . (7p)**7.** Formulera och bevisa den distributiva lagen för skalär produkt (inkl. projektionsformeln). (6p)**8.** Formulera och bevisa Cramers regel. (8p för godtyckligt n ; 5p för $n = 3$)