

TMA 660**Matematik CTH****Tentamensskrivning i Linjär algebra och geometri för F1**

Datum: 2001-01-12, kl. 8.45 - 12.45.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Fredrik Altenstedt, tel. 0740-459022.

OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.

=====
1.(a) Bestäm avståndet från punkten $(0, 1, -7)$ till den linje som går genom punkterna $(2, -1, 1)$ och $(3, 1, -1)$. (4p)

(b) Låt punkterna $A(1, 1, 1)$, $B(2, 0, 0)$, $C(0, 0, 0)$ projiceras ortogonalt på planet $x+2y+3z=0$ på punkterna A', B', C' . Bestäm arean av triangeln $\triangle A'B'C'$. (6p)

2. Bestäm alla reella λ för vilka ekvationssystemet nedan har oändligt många lösningar.

$$\begin{cases} (8-\lambda)x_1 & +2x_2 & +3x_3 & +\lambda x_4 & = & 0 \\ x_1 & +(9-\lambda)x_2 & +4x_3 & +\lambda x_4 & = & 0 \\ x_1 & +2x_2 & +(10-\lambda)x_3 & +\lambda x_4 & = & 0 \\ x_1 & +2x_2 & +3x_3 & +\lambda x_4 & = & 0 \end{cases} \quad (6p)$$

3. Lös ekvationen $z^6 - (1 - 2i)z^3 - 2 + 2i = 0$. (8p)

4. Matrisen A uppfyller $A^2 = 0$. Visa att matrisen $A - E$ är inverterbar. (7p)

5. Visa att den inversa matrisen till en (inverterbar) triangulär matris också är en triangulär matris. (6p)

6. Låt z_1, z_2, z_3 vara komplexa tal. Visa att triangeln med hörn i z_1, z_2, z_3 är liksidig om och endast om $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1$. (7p)

7. Formulera och bevisa transponeringsregeln för matrisprodukt. (7p)

8.(a) Ge definitionen för en n -te ordningens determinant. (4p)

(b) Bestäm om följande produkter ingår i en 7-de ordningens determinant. Om ja, bestäm vad de har för tecken.

$$\begin{aligned} & a_{45}a_{71}a_{23}a_{67}a_{34}a_{12}a_{56} & a_{23}a_{52}a_{77}a_{34}a_{61}a_{12}a_{45} \\ & a_{71}a_{17}a_{26}a_{62}a_{53}a_{35}a_{44} & a_{26}a_{35}a_{44}a_{17}a_{53}a_{62}a_{31} \end{aligned} \quad (2p)$$

(c) Visa att om en n -te ordningens determinant innehåller fler än $n^2 - n$ element som är 0, så är determinanten lika med 0. (2p) Ge exempel på en determinant som innehåller exakt $n^2 - n$ element som är 0 och som inte är lika med 0 (n godtyckligt). (1p)