Tentamenssskrivning i Algebra och serier del A för F1/Kf1
Datum: 1993-01-08, kl. 8.45-12.45.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt:
OBS! Personnummer skall anges på skrivningsomslaget.
==

1. Bestäm den rätvinkliga (ortogonala) projektionen av den räta linjen

$$l : \begin{cases} x - 4y - z - \ \ 3 = 0 \\ x - 6y + z - 13 = 0 \end{cases}$$

på planet $\alpha : \ x - y + 3z = 5$. (7p)

2. Lös för varje värde på parametrarna λ och μ ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - \ 2x_3 + \ x_4 & = & 1 \\ 3x_1 + \ x_2 - \ 4x_3 + 2x_4 & = & 0 \\ 7x_1 + 4x_2 - 10x_3 + 5x_4 & = & \lambda - 2 \\ 2x_1 - \ x_2 - \ \mu x_3 + \ x_4 & = & -1 \\ 8x_1 + \ x_2 - 10x_3 + 7x_4 & = & -1 \end{cases} .$$ (7p)

3. Lös den algebraiska ekvationen

$$6z^4 + z^3 + 2z^2 - 4z + 1 = 0.$$ (6p)

4. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} .$$

Beräkna A^n för alla $n \in \mathbb{N}$. (6p)

5. En ljusstråle går genom punkten $A = (0; 2; 3)$, reflekteras i planet α, $\alpha : x + 2y - z + 1 = 0$, och den reflekterade ljusstrålen går genom punkten $B = (1; 4; 1)$. Bestäm en riktningsvektor för den infallande strålen och en för den reflekterade. (6p)

6. Låt $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3$ vara de tre rötterna till den algebraiska ekvationen $z^3+1=0$.
Visa att

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ 1 & \alpha_1 & 0 & \alpha_3 \\ 1 & \alpha_2 & \alpha_3 & 0 \end{vmatrix} = 0. \qquad \text{(6p)}$$

7. Formulera och bevisa Cramers regel för lösandet av ett linjärt ekvationssystem. (6p)

8. Formulera och bevisa faktorsatsen för polynom. (6p)