F1 / Kf1
Tentamensskrivning i
Linjär algebra och geometri / Algebra & Serier del A
Datum: 1994-01-07.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Christina Nystedt, ankn. 5319.
OBS! Linje, inskrivningsår och personnummer skall anges på skrivningsomslaget.
===

1. Givna är planen α och β, där

$$\alpha: \quad 4x+y-3z=-13, \qquad \beta: \quad x-2y+z=11.$$

Bestäm ekvationen för det plan genom punkten $P(-3;2;5)$, som är ortogonalt mot α och β. (6p)

2. Lös för varje värde på parametrarna λ och μ ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 4 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 - 3x_5 = 4 \\ x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 9x_4 + 3x_5 = 13 - (\lambda - \mu)x_4 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 6x_4 + \mu x_5 = \mu + 5 \end{cases}.$$ (7p)

3. Ekvationen

$$z^4 + 3z^3 + 8z^2 + 7z + 5 = 0$$

har en rot med imaginärdelen 2. Lös ekvationen. (7p)

4. Lös den algebraiska ekvationen

$$(z+3i)^n + i(z-3i)^n = 0.$$ (6p)

5. Låt A vara en 2×2 matris sådan att matriserna $A+E$ och $A-E$ ej är inverterbara. Visa att $A^2 = E$. (6p)

6. Låt M_1, M_2, M_3 vara hörnen i en positivt orienterad triangel. Låt O_1, O_2, O_3 vara tyngdpunkterna i kvadraterna byggda på sidorna M_1M_2, M_2M_3, M_3M_1 utanför triangeln. Visa att M_1O_2 är lika lång som O_1O_3 och att de är ortogonala; samma för M_3O_1 och O_3O_2; M_2O_3 och O_2O_1. (6p)

7. Formulera och bevisa distributionslagen för vektoriell produkt. (6p)

8. Formulera och bevisa utvecklingssatsen för determinanter (med hjälpsats). (6p)