

Linjär algebra och numerisk analys, 2018

Bonusuppgift nummer 3: Beräkning av egenvärden - ortogonal iteration, maximalt 3 bonuspoäng

I avsnitt 5.18 i kompendiet *Numerisk Analys* beskrivs *ortogonal iteration*, som är en generalisering av potensmetoden så att flera egenvärden bestäms samtidigt. Testa algoritmen på den s.k. fempunktsmatrisen, som man får vid diskretisering av Poissons ekvation med finita differenser eller finita element. Matrisen kan skapas med kommandona `numgrid` och `delsq` i MATLAB.

Uppgifter:

a. Generera matrisen genom att välja `REGION='S'` som parameter i `numgrid` för kvadratisk område och $N = 13$, som ger en matris av ordning 121×121 .

OBS: Du ska inte beräkna egenvärdena till matrisen returnerad av `numgrid`. Läs dokumentationen till funktionerna.

b. Implementera ortogonal iteration och beräkna de sex största egenvärdena med en absolut tolerans av 10^{-6} . Använd MATLAB-kommandot `eig` för "exakta" egenvärdena. Välj alltså $p = 6$ och ta som X_0 de sex första kolonnerna i enhetsmatrisen. Hur många iterationer behövs?

OBS: Akta på att du inte beräknar för mycket. Läs dokumentationen till MATLAB-kommandot `qr`.

c. Skriv om algoritmen så att de minsta egenvärdena beräknas i stället, som vid invers iteration. Implementera i MATLAB och beräkna de sex minsta egenvärdena med samma tolerans och start som i b)-uppgiften. Det naiva sättet att invertera matrisen duger inte. Eftersom det är samma matris i varje iteration gör man en *Cholesky-faktorisering* en gång. Hur många iterationer behövs nu?

d. Jämför beräkningstiderna vid beräkning av de största resp de minsta egenvärdena. Använd `tic` och `toc` för tidsmätning.

Inlämning. MATLAB-filerna för de båda fallen, svar på frågorna och tidsjämförelse.