Linjär algebra och numerisk analys, 2019

Bonusuppgift nummer 5: Minsta-kvadrat-approximation, val av metod, maximalt 3 bonuspoäng

Vi ska studera problemet att anpassa ett polynom av grad d till datapunkter $(x_i, y_i),\ i = 1,\ \ldots\ , m$ i planet. Låt polynomet vara $p(x) = \sum_{j=0}^{d} a_j x^j$.

Uppgifter:
a. Välj $d = 14,\ a_j = 1,\ j = 0,\ \ldots\ , 14$ och ta $m = 21$ ekvidistanta punkter $x_i,\ i = 1,\ \ldots\ , 21$ i intervallet $[0\ ,\ 1]$. Beräkna $y_i = p(x_i),\ i = 1,\ \ldots\ , 21$.
Vi ska nu försöka återskapa a_j genom att lösa det överbestämda ekvationssystemet $A\hat{a} = y$, där A:s kolonner alltså utgör potenser av vektorn x. **b.** Jämför, genom att beräkna felet $\|\hat{a} - a\|_2$, följande metoder att lösa approximations-problemet (det överbestämda ekvationssystemet):
1. Normalekvationerna
2. QR-faktorisering
3. Trunkerad minsta-kvadrat med 12 termer i SVD.

Vilka slutsatser drar du om metodernas lämplighet? Förklara skillnaderna mellan metoderna.

Hint: Nyttiga MATLAB-funktioner: `polyval`, `vander`

Inlämning: Slutsatser, förklaringar, MATLAB-kod och resultat.