

Partiella differentialekvationer F2, VT2005

Inlämningsuppgift 2

1. Givet är den partiella differentialekvationen

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2y \frac{\partial u}{\partial y} = 4xy.$$

(a) Reducera ekvationen till kanonisk form i området $\{(x, y) : x < 0, y > 0\}$.

(b) Finn den allmänna lösningen till ekvationen i samma område.

2. Låt $u \in C^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$ vara en harmonisk funktion i det begränsade området Ω . Om $x_0 \in \Omega$ och $d = \text{dist}(x_0, \partial\Omega)$ är avståndet från x_0 till randen $\partial\Omega$, visa att

$$|\nabla u(x_0)| \leq \frac{C}{d} \max_{\bar{\Omega}} |u|,$$

där konstanten C endast är beroende av rummets dimension. (Du kan välja $n = 2$.)

Inlämnas senast den 31/5-05.