

Ett värmeledningsproblem

I detta projekt skall vi simulera värmeledning i en oisolerad vattenslang, fylld med stillastående vatten. Slangens omgivning har en temperatur på 300 K. Låt oss även bestråla slangens tvärsnitt med mikrovågor. Vi betraktar ett tvärsnitt av slangens och förenklar problemet till stationärt. Följande differentialekvation kan beskriva temperaturfördelningen u .

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot (a \nabla u) &= f & \text{i } \Omega \\ an \cdot \nabla u &= c(u_0 - u) & \text{på } \Gamma \end{aligned} \quad (1)$$

där u_0 är temperaturen utanför och n är normalen ut. Ett typiskt värde på a för vatten är 0.6 W/mK, och för c 100 W/mK.

Er uppgift:

- Variationsformulera ekvationen, och låt Ω vara en cirkelskiva med radie 1 dm.
- Skriv ett matlabprogram som beräknar temperaturen i slangens tvärsnitt. Testa olika f och studera effekten.

Extra:

För att få en mer spännande simulering sätter vi yttemperaturen till 250 K. Is har en annan värmeledningskoefficient, $a_{is} = 2.2$ W/mK. Konstanten a kommer därför att vara beroende av u .

$$a(x, u) = \begin{cases} 2.2 & u \leq 273 \\ 0.6 & u > 273 \end{cases} \quad (2)$$

Detta ger oss en icke-linjär partiell differentialekvation som vi kan lösa med t.ex. fixpunktsiteration. Hur mycket strålningseffekt behövs för att hälften av slangens tvärsnittsarea skall vara tinad?