

En vattenytas rörelse i ett badkar

Vattenytans rörelse i ett badkar kan beskrivas av en partiell differentialekvation, vågekvationen. Låt oss kalla vattenytans område för Ω , som är ett tvådimensionellt område. Lösningen till följande differentialekvation ger rörelsen på vattenytan.

$$\begin{cases} \ddot{u} - \Delta u = f & \text{i } \Omega \\ n \cdot \nabla u = 0 & \text{på } \Gamma \\ u(x, 0) = u_0 \quad u'(x, 0) = v_0 \end{cases} \quad (1)$$

Er uppgift:

- Variationsformulera ekvation (1).
- Diskretisera variationsformuleringen. Approximera tidsderivatan med $\ddot{U} = (U_{n+1} - 2U_n + U_{n-1})/k^2$, där k är tidssteget och $U_n = U(t_n)$.
- Låt $k < h$, där h är elementlängden.
- Skapa ett matlabprogram som simulerar en vågrörelse på vattenytan.

Extra:

För att hantera startvärdet korrekt, räknar vi först ut accelerationen enligt $Ma_0 = f_0 - S u_0$, där M är massmatrisen. Sen kan vi ersätta u_{-1} med

$$u_{-1} = u_0 - k v_0 + \frac{k^2}{2} a_0$$