Vecka 2 Matte D2

Trots den dåliga konvergensen har Fouriers metod intresse , framför allt för att den ger kunkap om fundamentalmoderna (se inlämningsuppgiften) För värmeledningsekvationen är den användbar även numeriskt beroende på att värmeledningsekvationen smetar ut begynnelsevärden så att fel i dem inte får så stor betydelse.

Övning

13.3: 1,3

Exempel

på utsmetning: Jag har för hand räknat ut en approximation till en fyrkantvåg som begynnelse-värden och plottar lösningen som funktion av läge och tid

```
function heatser
x=0:.1:6;
t=0:.1:3;
[x t]=meshgrid(x,t);
z=pvsum(x,t);
mesh(z)


function y=pvsum(x,t)
y1=sin(x).*exp(-t);
y3=sin(3*x).*exp(-9*t)/3;
y5=sin(5*x).*exp(-25*t)/5;
y7=sin(7*x).*exp(-49*t)/7;
y=y1+y3+y5+y7;
```

Inlämningsuppgift 1 Matte D2

är ett exempel på att man inte alltid får trigonometriska eller exponentialfunktioner som lösningar till de separerade ekvationerna. Vi tvingas in i det snåriga område som kallas *speciella* (till skillnad fran elementära)*funktioner*

Vårt problem

är ett svängande membran , dvs den tvådimensionella vågekvationen (se AEM eller BETA) Den obekanta funktionen u är membranets utböjning från xy-planet. Vi tänker oss att membranet sitter fast i planet på enhetscirkeln i planet. (och studerar bara utböjning inuti cirkeln) Vid tiden t=0 gör vi något för att sätta fart på membranet.

För att utnyttja att membranet är cirkulärt transformerar vi till polära koordinater. Detta kan ni ta som tillfälle att öva på kedjeregeln i två variabler. (Alla mänskor bör en gång i livet ha gjort detta. Själv gjorde jag det våren 1969 och har inte för avsikt att göra om det) Man kan också slå upp resultatet i 14.2 eller Beta.

I exempel 1 i 14.2 dikuteras hur lösningen kommer att se ut om man antar att lösningen inte beror på vinkelvariabeln (som t.ex. om man klipper till membranet i origo) *Följ mönstret i exemplet utan detta antagande. Ni skall alltså ansätta en produkt av tre funktioner i stället för två.* För att klara det första egenvärdesproblemet behöver man veta att Laplaceoperatorn (de derivator som inte är m a p tiden) är en negativ operator som har negativa egenvärden (Detta kommer att visas på den sista föreläsningen) Nästa funktion att studera är vinkelfunktionen och till sist får man för den radiella funktionen en variant av Bessels differentialekvation (se AEM eller Beta) För att få egenvärdena slutligt bestämda används randvärdena och de leder till ett svar i termer av Besselfunktionernas nollställen. Sådana finns tabulerade i Beta.

Uppgiften består av att gå igenom dessa detaljer och skriva ner resultatet (använd ex1 som mall) och dessutom *plotta tre av fundamentalsvängningsmoderna (utan tidsfunktionen)* minst en skall vara utan vinkelberoende och minst en med. Matlab har besselfunktionerna inbyggda (help bessel) men nollställena får ni mata in själva.