Vecka 5 matte D2

Många abstrakt formulerade uppgifter i linjär algebra reducerar sig till lösande av ekvationssystem (dvs radreduktion). Detta kan ni med fördel låta matlab ta hand om (rref).

Vi börjar med linjärt beroende/oberoende dvs frågan om ett homogent ekvationssystem har icke-trivial lösning

Övning

5.22,5.24 och 5.26 (LA)

För linjära avbildningar (matriser) A definierar man *Nollrummet* : de x för vilka Ax=0 och *Värderummet (Kolonnrummet)*: de y som kan fås som y=Ax (jfr uppgift 8.35)
Deras betydelse för ekvationslösning är att värderummet talar om vilka högerled som ger lösning av Ax=b om nollrummet talar om hur entydigt det blir (precis som för ODE kan lösningen skrivas som partikulärlösning plus element ur nollrummet (lösning till homogena ekvationen))

Båda dessa beräknas med en radreduktion. Nollrummet självklart: Det är ju precis lösningarna till en ekvation; kolonnrummet mer lurigt: En bas för kolonnrummet utgörs av *de kolonner i den ursprungliga matrisen som svarar mot pivotkolonner i den reducerade*
Detta kan man inse genom att analysera de beroenderelationer som framgår av nollrummet (förslagsvis i ett exempel) Jag kommer att göra det på föreläsningen. För **övningar** hänvisar jag till gamla tentor

Ortogonalitet handlar om ett antal ekvationer (skalärprodukter) som är 0. Jag hänvisar igen till gamla tentor

Basbyten

Har du skött dig gjorde du detta i del D i ettan .Annars:
Basbytesmatris Sats 8.1 (och 8.2 för ON-baser (LA) Anm 8.1 ger bästa sättet att härleda sambandet

Övning 8.1

Matriser under basbyten Sats 8.4

Övning 8.8 8.9 8.10

Att hitta en ON-bas som genererar samma underrum som en given bas gör man med en metod som man lätt kommer på själv men som går under det pampiga namnet :*Gram-Schmidts ortogonaliseringsförfarande* (avsnitt 9.9.1) övning 9.12, fast gå nästan lika gärna direkt på inlämningsuppgiften

Inlämningsuppgift 3

Teori Låt T vara en linjär avbildning på ett ändligtdimensionellt rum med basvektorer e(k). Då är T(x)=T(x(1)e(1)+x(2)e(2)+...x(n)e(n))=(linjäritet)=x(1)t(e(1))+x(2)T(e(2))+ +...+x(n)T(e(n)). mao *T beskrivs av en matris vars kolonner är bilderna t(e(k)) av basvektorer-na*

Uppgift

Av ovanstående är det klart att valet av bas har betydelse för matrisens utseende. Betrakta det 6-dimensionells rummet av polynom av grad högst 5 och operatorerna shift: Sh(p(x))=x(p(x) och backshift: bS(p(x))=p(x)/x ; Båda operatorna ger en term som inte ligger i rummet . Den skall strykas. **Skriv upp** matriserna för de sålunda modifierade operato rerna uttryckta i den vanliga basen 1, x x^2 x^3 x^4 x^5.
BYT BAS till en av så kallade *ortogonalpolynom* som är vad man får om man använder Gram-Schmidt på den naturliga basen (ovan) med en integralskalärprodukt (se Exempel 9.28 i LA). Välj Legendrepolynomen med integrationsgränser -1 till 1 och vikten 1.
Utför (redovisa) räkningarna för Gram Schmidt t o m grad 2. För grad 3-5 är det OK att stjäla polynomen ur källorna (BETA t ex) Observera att polynomen normalt sett inte normaliseras. Gör hur ni vill med den saken.

Räkna nu ut matriserna för Sh och bS i den nya basen. Observera att tricket att använda transponat i stället för invers inte fungerar. Den nya basen är visserligen ON men inte den gam-la.

Räkna till sist ut ShbS och bSSh med de nya matriserna. Begriper ni detta?

De fyra fetstilta uppmaningarna är vad som skall lämnas in. Matrisinverteringar och -multiplikationer behöver inte redovisas och får utföras direkt i matlab (med approximativa värden)