

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges på skrivningsomslaget och alla inlämnade blad.

1. Lös $e^x y' = y^2$, $y(0) = \frac{1}{2}$. (5p)

2. a) Bestäm det komplexa tal z som satisfierar ekvationen
 $(1 + 2i)z + \frac{\bar{z}}{1 + i} = 3 - 3i$. (4p)

b) Beräkna:

1) $\int_{-11}^{11} (x + 1) \theta(x + 1) dx$ (2p)

2) $\int_{-11}^{11} \frac{\delta(x - 2)}{x^2 + 1} dx$. (2p)

3. Lös $(D^3 + 3D^2 + 7D + 5)y = x(e^x + 1)$. (7p)

4. En kurva har i polära koordinater (r, θ) ekvationen

$$r = \left(4 - \theta^2\right)^2, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq 2.$$

Rita kurvan och beräkna dess båglängd. (6p)

5. Bestäm i form av ett Taylorpolynom av grad ≥ 4 en approximativ lösning till begynnelsevärdesproblemet
 $xy + y'y'' = 1$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 1$. (6p)

6. Bestäm en ekvation för och rita den kurva i xy -planet som har följande tre egenskaper:

Kurvan är grafen till en strängt avtagande funktion av x .

Punkten $(5, 2)$ ligger på kurvan.

För varje punkt P på kurvan gäller att avståndet mellan P och den punkt där kurvans tangent i P skär y -axeln är 5 längdenheter. (6p)

7. Funktionen $f(x) = \arctan(x - 1)$ är given.
Beräkna $f^{(100)}(0)$. (6p)
8. Formulera och bevisa Taylors formel. (6p)

Lycka till !
/KP