

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges på skrivningsomslaget och alla inlämnade blad.

---

---

1. a) Bestäm minsta värdet av  $\left| 1 + i + e^{i\theta} \right|$ ,  $\theta \in \mathbf{R}$ , och ange för vilka  $\theta$ -värden minimivärdet antages.  
Motivera ditt svar väl ! (4p)
- b) Skriv med hjälp av stegfunktioner  $f(x) = |x - 3|$ . (3p)
  
2. Lös differentialekvationen  $y' - x = xy$ ,  $y(1) = 2$ .
  - a) med hjälp av integrerande faktor. (4p)
  - b) genom att separera variablerna. (4p)
  
3. En kurva har i polära koordinater  $(r, \theta)$  ekvationen  
$$r = e^{-\theta}, \quad -\frac{3\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}.$$
Rita kurvan och bestäm en ekvation för kurvans tangent i den punkt där kurvan skär y-axeln. (5p)
  
4. Lös differentialekvationen  $y''' - 2y'' + 3y' - 6y = 18x^2 - 6x + 12$ . (6p)
  
5. Beräkna  $\int_0^{1/2} \sqrt{1+x^4} dx$  med 6 korrekta decimaler. (6p)
  
6. Avgör för var och en av följande serier om den är konvergent eller divergent.
  - a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$ . (3p)
  - b)  $\sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{\ln(n+1)}{\ln n} - 1 \right)$ . (3p)

Motivera dina svar väl !

7. Visa att formeln

$$\frac{\sum_{k=0}^n \sin kx}{\sum_{k=0}^n \cos kx} = \tan \frac{nx}{2}$$

gäller för alla heltal  $n \geq 1$  och alla  $x \in \mathbf{R}$  för vilka

formelns båda led är definierade.

(6p)

8. Formulera och bevisa Leibniz konvergenzkriterium.

(6p)

Lycka till !

/KP