

Hjälpmedel: Inga, ej räknedosa.

Telefon: Fredrik Nilsson, 0740 - 45 90 22

Obs! Ange linje och antagningsår samt namn och personnummer.

1. Lös differentialekvationen

$$y' - (1 - y) \cos x = 0, \quad y(0) = 0.$$

(a) Genom att separera variablerna. (4p)

(b) Med hjälp av integrerande faktor. (4p)

2. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^2 \ln(1 + x)}.$$

(5p)

3. Lös differentialekvationen

$$y^{(4)} - 8y' = x^2.$$

(6p)

4. Kurvan

$$y = \frac{1}{x^2 - 1}, \quad 2 < x < \infty$$

roterar kring  $x$ -axeln. Bräkna volymen av den rotationskropp som uppstår. (6p)

5. Vi vill beräkna  $\int_{-1}^1 e^{-x^2} dx$  approxomativt. Uppskatta felet om vi

(a) approximerar  $e^{-x^2}$  med dess Maclarinpolynom av grad 6. (3p)

(b) använder trapetsformeln av ordning 12. (3p)

6. En gevärskula med farten  $v_0$  träffar (vinkelrätt) en vägg med tjockleken  $a$  och lämnar väggen med farten  $v_1$ . Beräkna den tid det tar för kulan att passera väggen om man antar att bromskraften är propotionell mot kvadraten på kulans fart. (6p)

7. (a) Definiera  $e^{ix}$  där  $x$  är reellt och bevisa Eulers formler för  $\sin x$  och  $\cos x$  yttryckta i  $e^{ix}$ . (3p)

(b) Visa att om  $p(z)$  är ett polynom med reella koefficienter, och  $\alpha$  är en icke-reell rot till  $p(x) = 0$ , så är även  $\bar{\alpha}$  en rot. (2p)

8. (a) Formulera integralkalkylens medelvärdessats (den enklare varianten). (2p)

(b) Illustrera innebörden i en figur. (2p)

(c) Bevisa den. Ledning: Starta med olikheten  $m < f(x) < M$ , där  $m$  och  $M$  är största resp. minsta värdet. Dividera alla led med intervallängden och använd satsen om mellanliggande värden. (4p)

Lycka till,

SJ

vg vänd.