

Hjälpmedel: Inga, ej räknedosa.

Telefon: Fredrik Altenstedt, 0740 - 45 90 22

Obs! Ange linje och antagningsår samt namn och personnummer.

1. Ekvationen $z^5 - 4z^4 + 5z^3 - 8z^2 + 32z - 40 = 0$ har roten $2 - i$.
Bestäm övriga rötter.

(6p)

2. Lös differentialekvationen

$$y''' - y'' - y' + y = 3x - 4$$

om $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ och $y''(0) = 2$

(7p)

3. Låt S_n beteckna det närmevärde som ges av Simpsons formel av ordning n till integralen

$$\int_0^1 x^4 dx$$

.

(a) Beräkna det absoluta felet (exakt) samt det relativa felet vid approximation med S_1 . (4p)

(b) Ge en uppskattning av felet vid approximation med S_n för godtyckligt n . (3p)

4. Bestäm konstanten A så att gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(3x) - Ax \cos(2x)}{\ln(1 + 4x^3)}$$

existerar, samt beräkna gränsvärdet.

(6p)

5. Beräkna integralen

$$\int_0^\infty \frac{x}{(x^2 + 1)(x^4 + 1)} dx.$$

(6p)

6. Visa att en godtycklig cirkel, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, är en lösningskurva till differentialekvationen $y'''(1 + (y')^2) = 3y'(y'')^2$.

Ledning: Implicit derivering med y som funktion av x .

(6p)

7. Låt kurvan $y = f(x)$, $a < x < b$, $y > 0$, rotera ett varv runt x -axeln. Härled en formel för arean av den yta som då uppstår.

(6p)

8. Definiera vad som menas med att en differentialekvation är **separabel** samt visa (generellt) hur man erhåller en allmän lösning till en sådan ekvation.

(6p)

Lycka till,

vg vänd.