MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

(TMA262)
Tentamen i Matematisk analys i en variabel för Z1, den 17/12 2001, kl 8.45-12.45
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa. Formelblad på baksidan.
Telefon: Elin Götmark, 0740 - 45 90 22.

OBS! Linje och inskrivningsår samt namn och personnummer skall anges på skrivningsomslaget och alla inlämnade blad.

==

1. Lös andragradsekvationen $z^2 - (5+2i)z + 9 + 7i = 0$. (6p)

2. Bestäm samtliga lösningar till differentialekvationen
$y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = x^2$. (6p)

3. Maclaurinutveckla $f(x) = e^{\sin x}$. Medtag termer t o m 4:e graden. Resttermen ges på formen $x^n B(x)$. (6p)

4. Lös differentialekvationen $y' - y = y^2$, med begynnelsevillkor
a) $y(0) = 1$, b) $y(0) = -1$, c) $y(0) = 0$. (6p)

5. Halvcirkeln $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$, $y \le 1$, roterar kring x-axeln.
Beräkna arean av den rotationsyta som uppstår. (6p)

6. Man vill beräkna $I = \int_1^\infty \sin\frac{1}{x^6}\,dx$ approximativt. Låt $T_{n,R}$ beteckna värdet som trapetsformeln av ordning n ger på intervallet $[1, R]$. Bestäm R och n så att $|T_{n,R} - I| \le 10^{-5}$.
(Använd restintegraluppskattning samt feluppskattningen i trapets-formeln.) (6p)

7. a) Definiera vad som menas med att en funktion f är injektiv. (1p)
b) Definiera inversen f^{-1} till en injektiv funktion f. (2p)
c) Formulera satsen om inversens derivata. (2p)

8. Följande något slarviga påstående bör vara bekant: Varje n:te-gradsekvation har n st komplexa rötter.
a) Precisera detta påstående med hjälp av begreppet multiplicitet. (1p)
b) Påståendet är en konsekvens av två satser: Algebrans fundamentalsats och faktorsatsen. Formulera dessa satser samt bevisa den senare. (5p)
c) Bevisa sedan påståendet utifrån dessa två satser. (3p)

/SJ