

# Linjär algebra, moment 2: Matriser och determinanter, (kap 2,3, i J.P.)

$$m \times n\text{-matris: } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

**Addition:**  $A + B$

**Multiplikation med skalär:**  $aA$

**Matrismultiplikation:**  $A \quad B \quad = \quad C$   
 $m \times p \quad p \times n \quad m \times n$

$$c_{jk} = a_{j1}b_{1k} + a_{j2}b_{2k} + \dots + a_{jp}b_{pk}$$

Räknelagar sid 3:02, 3:06.

**Enhetsmatris:**  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$

**Matrisinvers:**  $A$  kallas **inverterbar** med **invers**  $A^{-1}$  om:  $AA^{-1} = A^{-1}A = E$

**Determinanten för en kvadratisk matris.**

*Permutationer, signaturen samt definitionen av determinanten.*

- Räkne regler för determinanter
  - 1)  $\det A = \det A^t$
  - 2) Om två rader/kolonner byter plats så byter determinanten tecken
  - 3) Om två rader/kolonner är lika så är determinanten = 0
  - 4) Utbrytning av faktor ur rad eller kolonn.
  - 5) Spaltning
  - 6) Determinanten ändras ej om man till en rad/kolonn adderar en multipel av en annan rad/kolonn.
  - 7) Utvecklingssatsen.
- Multiplikationssatsen för determinanter.
- $A$  inverterbar  $\Leftrightarrow \det A \neq 0$ , och  $A^{-1} = \frac{A_{jk}}{\det A}$ .

## Övningar

På tavlan: **3:** 11a, 15, 17, 21, **2:** 3b, 7, 8e, 10, **3:** 2, 3, 4, 5a, 30ab, 32, 40a.

Öva själva: **3:** 1,7,11b,16,20,23b,24a, **2:** 1,2,3ac,4,8afg,11, **3:** 5b,12,13b,26,30c,41.

## Gruppuppgift:

**A.** Ge exempel på två  $2 \times 2$ -matriser för vilka konjugatregeln,  $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$  inte gäller. Ge också exempel på två  $2 \times 2$ -matriser för vilka den *gäller*. Formulera ett nödvändigt och tillräckligt villkor för att konjugatregeln skall vara uppfylld för två kvadratiske matriser.

**B.** Lös uppgift 3:29 i boken. Redovisning fredag 13/9.