Linjär algebra, moment 4.
Linjära rum, kap 6.1-6.6 i J.P.

Definition av Linjärt rum (Vektorrum).
Axiomen avsnitt 6.1.

Viktigt exempel: $\boldsymbol{R}^n$, mängden av n-tipler av reella tal är ett Linjärt rum.

Underrum: Om V är ett Linjärt rum och U är en delmängd sådan att $\boldsymbol{u}$ och $\boldsymbol{v} \in U \Rightarrow a\boldsymbol{u} + b\boldsymbol{v} \in U$ så kallas U för ett *Underrum* till V. Ett underrum är självt ett linjärt rum.

Linjärt beroende och oberoende:
$\boldsymbol{v}_1, \cdots, \boldsymbol{v}_n$ kallas *linjärt beroende* om det finns $a_1, \cdots, a_n$, där inte alla är 0, så att $a_1\boldsymbol{v}_1 + \cdots + a_n\boldsymbol{v}_n = \boldsymbol{0}$. Motsatsen kallas *linjärt oberoende*

Bas–begreppet:

$\boldsymbol{e}_1, \cdots, \boldsymbol{e}_n$ kallas för en *bas* för V om $\begin{cases} -\ \boldsymbol{e}_1, \cdots, \boldsymbol{e}_n \text{ är linjärt oberoende.} \\ -\text{Varje vektor i } V \text{ är en linjärkombination av } \boldsymbol{e}_1, \cdots, \boldsymbol{e}_n \text{ .} \end{cases}$

Satser

- Om $\boldsymbol{v}_1, \cdots, \boldsymbol{v}_m$ är linjärkombinationer av $\boldsymbol{u}_1, \cdots, \boldsymbol{u}_n$ och $m > n$ så är $\boldsymbol{v}_1, \cdots, \boldsymbol{v}_m$ linjärt beroende.
- Alla baser för V har samma antal element. Detta antal kallas för *dimensionen* av V.
- Om $\boldsymbol{e}_1, \cdots, \boldsymbol{e}_n$ är en bas för V så kan varje vektor i V på ett entydigt sätt skrivas som en linjärkombination av $\boldsymbol{e}_1, \cdots, \boldsymbol{e}_n$.

Linjära transformationer (avbildningar)

$F(a\boldsymbol{u} + b\boldsymbol{v}) = aF(\boldsymbol{u}) + bF(\boldsymbol{v})$

Linjära ekvationer: $F(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{b}$

- *Satsen om lösningsmängden*, "$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x_p} + \boldsymbol{x_h}$".

Nollrummet: Alla $\boldsymbol{x}$ så att $F(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$

Matrisavbildningar, kolonnrum och rang

Satser

- *Satsen om bas för kolonnrummet.*
- *Dimensionsformeln:* Antal kolonner i $A = dimN_A + dimC_A$

Gruppuppgift till fredag 4/10:
a) Uppgift 6:16
b) Bestäm baser för nollrum och kolonnrum till matrisen: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Övningar:	På tavlan:	**6:** 8ab, 10acf, 15a, 18, 23b, 24c, 25, 27c, 31a.
	Själva:	**6:** 2, 4, 8cd, 10bde, 11, 15b, 23a, 24a, 29, 31b, 37.