Vecko–PM Linjär algebra, moment 1.

Kapitel 1-2 i Tengstrand: Linjära ekvationssystem, matriser.

Eliminationsmetoden.

Några satser:

- Ett ekvationssystem har antingen
  - Entydig lösning,
  - Oändligt många lösningar eller
  - Ingen lösning.
- Ett *homogent* system med fler obekanta än ekvationer har oändligt många lösningar.
- För ett system med lika många obekanta som ekvationer gäller:
  Systemet har entydig lösning $\Leftrightarrow$
  Motsvarande *homogena* system har endast den triviala lösningen.

Matrisalgebra

mxn-matris:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

Addition: $A + B$,
Multiplikation med skalär: aA,
Matrismultitplikation: $\underset{mxp}{A} \; \underset{pxn}{B} = \underset{mxn}{C}$
$c_{jk} = a_{j1}b_{1k} + a_{j2}b_{2k} + \ldots + a_{jp}b_{pk}$

Räknelagar sid 34 och 40.

Matrisinvers och ekvationssystem, radevivalens

En matris A kallas *inerterbar* med *invers* A^{-1} om: $AA^{-1} = A^{-1}A = E$

Några satser:

- Det finns högst en invers.
- Ekvationssystemet $AX = B$ har entydig lösning för varje $B \Leftrightarrow A$ är inverterbar.
  Lösningen är då $X = A^{-1}B$.
- Om $AC = E$ så är $CA = E$. (Dvs C är inversen till A)
- $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t, \qquad (\lambda A)^{-1} = \lambda^{-1}A^{-1}, \qquad (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$
- Om $(A|E) \sim (E|C)$ så är $C = A^{-1}$.

Övningar:

- På tavlan: 1.3, 2.6, 2.15, 2.17F,B, 2.18,
- Öva själva:1.4 - 1.10, 2.1-1.4, 2.17A,C,D,G.

Gruppuppgift.

a) Bestäm matrisen X så att (dvs lös matrisekvationen) $AX = B$, där

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ och } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Lös matrisekvationen $BXA = C - BX$, där

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 17 & 8 & 25 \\ -6 & -2 & 12 & 12 \end{pmatrix},$$

genom att “samla ihop” X-temerna, bryta ut X och sedan multiplicera med lämpliga inverser.