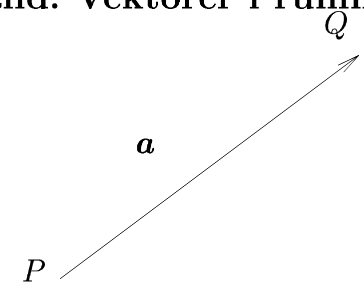
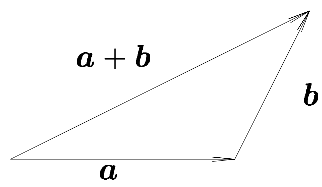
Vecko–PM Linjär algebra, vecka 2.

Kapitel 3-4 i Tengstrand: Vektorer i rummet.

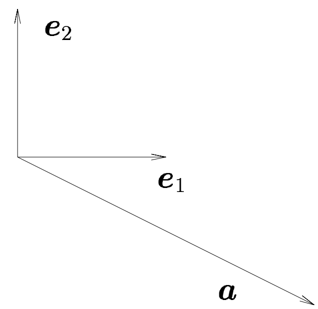




$\boldsymbol{a} = \overrightarrow{PQ}$

$|\boldsymbol{a}|$ = längden av $\boldsymbol{a}$

Bas – Komponentframställning



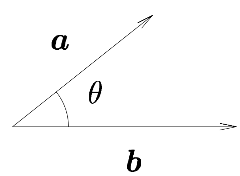
Ex: $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 = (2, -1)$

- **Räknelagar:** Läs sid 68 och 79.
- **Linjärt beroende/oberoende**

Skalärprodukt

$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}| \cos\theta$

Obs: $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a} = |\boldsymbol{a}|^2$



På komponentform i ON–bas:

$(a_1, a_2, a_3) \cdot (b_1, b_2, b_3) = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

$|\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

Vektorer skrivna mha kolonnmatriser

$$\boldsymbol{u} = x_1\boldsymbol{e}_1 + x_2\boldsymbol{e}_2 + x_3\boldsymbol{e}_3 = \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_2 & \boldsymbol{e}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \underline{\boldsymbol{e}}X$$

Basbyte

Om X är koordinaterna (som kolonn-matris) för $\boldsymbol{u}$ i basen $\underline{\boldsymbol{e}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_2 & \boldsymbol{e}_3 \end{pmatrix}$, dvs $\boldsymbol{u} = \underline{\boldsymbol{e}}X$
och Y är koordinaterna för $\boldsymbol{u}$ i basen $\underline{\boldsymbol{f}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{f}_1 & \boldsymbol{f}_2 & \boldsymbol{f}_3 \end{pmatrix}$, dvs $\boldsymbol{u} = \underline{\boldsymbol{f}}Y$
så är $X = TY$, där kolonnerna i T utgörs av koordinaterna för $\boldsymbol{f}_i$ i basen $\underline{\boldsymbol{e}}$, dvs

$$\boldsymbol{f}_1 = \underline{\boldsymbol{e}} \begin{pmatrix} t_{11} \\ t_{21} \\ t_{31} \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_2 = \underline{\boldsymbol{e}} \begin{pmatrix} t_{12} \\ t_{22} \\ t_{32} \end{pmatrix}, \boldsymbol{f}_3 = \underline{\boldsymbol{e}} \begin{pmatrix} t_{13} \\ t_{23} \\ t_{33} \end{pmatrix} \text{ eller kortare } \underline{\boldsymbol{f}} = \underline{\boldsymbol{e}}T.$$

Om både $\underline{\boldsymbol{e}}$ och $\underline{\boldsymbol{f}}$ är ON-baser så är T en **ortogonal** matris dvs T uppfyller

$$T^tT = E \qquad \text{(Inversen = transponatet)}$$

Övningar:

På tavlan: 3.8, 3.10, 3.13, 4.1, 4.2, 4.7.

Öva själva: 3.2, 3.4, 3.7, 3.11, 3.12, 3.14, 4.4, 4.5, 4.6, 4.10

Gruppuppgift till måndag 15/9: 4.8, 4.9, 4.12.