Kapitel 8, 9.1 – 9.2 i Tengstrand.

Egenvärden, egenvektorer

Om F är en linjär avbildning och $F(\boldsymbol{u}) = \lambda \boldsymbol{u}$, där $\boldsymbol{u} \neq \boldsymbol{0}$ och λ är ett tal, så kallas $\boldsymbol{u}$ för en *egenvektor* till F. Talet λ kallas *egenvärde*.

- Egenvärdena är rötter till *sekularekvationen*: $det(A - \lambda E) = 0$, där A ar avbildningsmatrisen i någon bas.
- Om det finns en bas av egenvektorer så är avbildningsmatrisen i denna bas en diagonalmatris:
  $A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$, där $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ är egenvärdena som hör till basvektorerna.

Symmetriska avbildningar:

$$F(\boldsymbol{u}) \cdot \boldsymbol{v} = \boldsymbol{u} \cdot F(\boldsymbol{v})$$

- I ON–bas: F symmetrisk $\Leftrightarrow A$ symmetrisk matris.
- **Spektralsatsen:** Om F symmetrisk så finns en ON–bas bestående av egenvektorer.

Kvadratiska former:

$$X^t AX = a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{13}x_1x_3 + 2a_{23}x_2x_3.$$

A är här symmetrisk. I ON-bas av egenvektorer till A, $X = TY$:

$$X^t AX = Y^t DY = \lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2 + \lambda_3 y_3^2.$$

Andragradskurvor

Ellipser, hyperbler och parabler.

$$a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + b_1x_1 + b_2x_2 = c$$

I ON-bas av egenvektorer till A:

$$\lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2 + b_1' y_1 + b_2' y_2 = c$$

Gruppuppgift: 8.6,10

Övningar	På tavlan:	**8**.3, 7a, 8a, 9, 12, **9**.2c.
	Själva:	**8**.1, 2, 4, 5, 7bc, 8b, 11, **9**.1, 2ab.