Linjär algebra V, vt 07
Vecko–PM läsvecka 3

Lay: 3.1-3.3 Determinanter,
Huitfeldt: Om Lösningsnoggrannhet.

I kapitel 3.1 introduceras *determinanten* till en matris. Detta studerade vi i den inledande kursen, men då bara för 2×2- och 3×3-matriser. Sats 1 tillsammans med sats 3 i avsnitt 3.2 är väsentlig vid determinantberäkning. Väsentligt är att acceptera att det finns en enkel regel som gäller tvåradiga matriser, en inte fullt så enkel för treradiga matriser (Sarrus regel) men *ingen enkel regel för större matriser.*

Sats 2 leder till sats 4, som är ett viktigt tillägg till sats 8 i kapitel 2. Nämligen att en matris är inverterbar om och endast om dess determinant inte är 0.

Cramers regel i 3.3 ger en formel för beräkning av lösning till ekvationssystem, en obekant i taget. Beviset, som du bör lära dig, utnyttjar determinantens multiplikativa egenskap. En hel del av tidigare idéer används också. Metoden är inte direkt ämnad för praktiskt bruk, men naturligtvis skall du kunna den.

Metoden för matrisinvertering i Sats 8 i 3.3 är arbetskrävande och rekommenderas inte hellerför praktiskt bruk, isynnerhet inte för matriser större än 3×3. Metoden är huvudsakligen av teoretiskt intresse.

Också area och volymberäkning med determinant är repetition från första kursen. Tillämningen i sats 10 är väsentlig vid variabelsubstitution i dubbelintegraler (även trippelintegraler eller med ännu fler variabler) som studeras i nästa kurs.

I Huitfeldt införs olika normer för först vektorer och sedan matriser. Notera att den euklidiska längden av en vektor, som vi tidigare betecknade $|\boldsymbol{x}|$ nu betecknas $\|\boldsymbol{x}\|_2$. Denna passar bäst i geometrirelaterade problem. De andra passar bättre i andra situationer.

Matrisnormen leder till konditionstalet för en matris. Detta används för att beskriva ett ekvationssystems känslighet för störningar i form av avrundningsfel eller indatafel.

Just nu är kapitlet huvudsakligen allmänbildande, men begreppen återkommer med större tyngd nästa kurs.
Mål: Du skall kunna beräkna determinanten för en matris av godtycklig storlek och kunna förenkla kalkylerna med hjälp av satserna i kapitlet. Du måste lära dig att fyrradiga determinanter och större kan endast beräknas ned hjälp av utveckling.
Du skall kunna tillämpa Cramers regel för att lösa ekvationssytem och kunna tillämpa sats 4 för att avgöra om en matris är inverterbar.
Du bör lära dig beviset av sats 4 och Cramers regel. Det senare ger en bra övning i att resonera generellt om matrismultiplikation.

Rekommenderade uppgifter

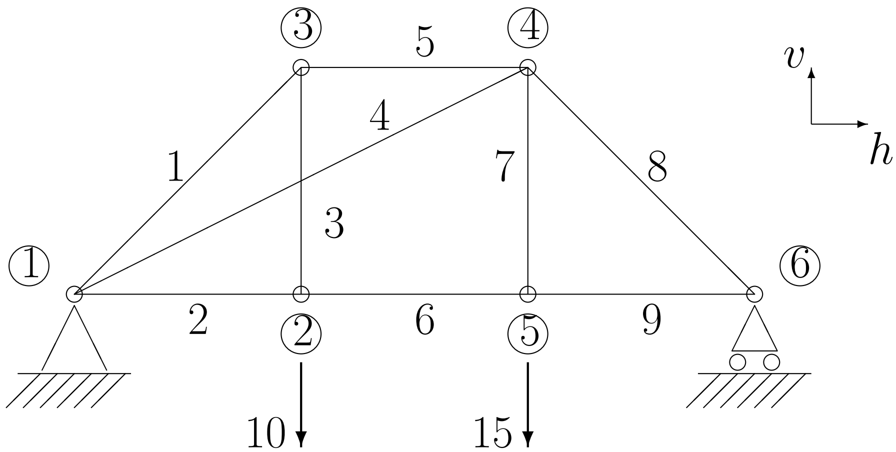
(PP är förkortning av Practice problems. Här menas att du bör inleda med att göra alla dessa. Du hittar dem direkt före övningarna till respektive avsnitt.)

Avsnitt	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	Teoretiska uppgifter
3.1	3, 7, 15, 17	21, 23, 25, 27	37
3.2	1, 3, 5, 7, 9	11, 15, 17, 19, 21, 25, 29, 37	27, 32, 39, 43
3.3	1, 5	13, 19, 21, 23, 27	26, 32

MATLAB-övning på fredag: Övningen på baksidan + det du ej hann förra fredan.

Laborationsuppgift 1.

Krafterna i de olika grenarna av fackverket i figuren skall bestämmas då angivna yttre krafter är anbringade.



Genom att ansätta kraftjämvikt i horisontal- och vertikalled i knutpunkterna får vi ett linjärt ekvationssystem för de sökta krafterna i fackverkets grenar. Att detta blir välbestämt för aktuellt fackverk följer av resultat i mekaniken.

Skriv upp det linjära ekvationssystemet och bestäm krafterna i de olika grenarna av fackverket genom att lösa ekvationssystemet med MATLAB. Använd **sparse** och betrakta gleshetsstrukturen med **spy**.