

## TMA946 Tillämpad optimeringslära TM, 5 p. MAN280 Optimeringslära, 5 p.

Kursen utgör en grundläggande kurs i optimeringslära.

Kursen avser att ge

- (I) en kännedom om vissa viktiga klasser av optimeringsproblem och olika tillämpningsområden för optimeringsmodeller och -metodik;
- (II) övning i att beskriva relevanta delar av verkliga problem i en matematisk modell;
- (III) kunskap om och förståelse för den grundläggande matematiska teorin på vilken optimalitetskriterier bygger;
- (IV) exempel på optimeringsmetoder som kan utvecklas från denna teori för att lösa praktiska optimeringsproblem.

**FÖRELÄSARE/EXAMINATOR:** Michael Patriksson, bitr. professor, Matematiskt Centrum, rum 5218; tel: 772 3529; e-post: mipat@math.chalmers.se

**FÖRELÄSARE:** Ann-Brith Strömberg, tillämpad forskare, Fraunhofer-Chalmers centrum i industrimatematik, Chalmers industripark; tel: 772 4297; e-post: anstr@fcc.chalmers.se

**LEKTIONSASSISTENT:** Fredrik Altenstedt, doktorand, Matematiskt Centrum, rum 5267; tel: 772 5379; e-post: alten@math.chalmers.se

**LEKTIONSASSISTENT:** Anton Evgrafov, doktorand, Matematiskt Centrum, rum 5217; tel: 772 5373; e-post: toxa@math.chalmers.se

**LEKTIONSASSISTENT:** Niclas Andréasson, doktorand, Matematiskt Centrum, rum 5262; tel: 772 5378; e-post: niclasa@math.chalmers.se

### Kurspresentation

**INNEHÅLL:** Kursen är bred till ämnesvalet men har sin huvudsakliga inriktning mot optimeringsproblem i kontinuerliga variabler, och kan där indelas i två huvuddelar efter två viktiga områden:

**Linjärprogrammering:** Linjära optimeringsmodeller, linjärprogrammeringens teori och geometri, simplexmetoden, dualitet, inre-punktsalgoritmer, känslighetsanalys, modelleringspråk;

**Icke-linjär programmering:** Icke-linjära optimeringsmodeller, konvexitetsteori, optimalitetsvillkor, sökmetoder för optimeringsproblem med/utan bivillkor, relaxeringar, strafffunktioner, Lagrange-dualitet.

En kortare översikt ges också av tre andra viktiga problemområden inom optimeringslära, heltalsoptimering, nätverksoptimering och stokastisk optimering.

**ORGANISATION:** Föreläsningar, lektioner, datorlaborationer och projektuppgift.

**KURSLITTERATUR:**

- (i) Linear and Nonlinear Programming (bok; S G Nash och A Sofer, 1996) [Cremona] Errata: <http://www.gmu.edu/departments/ore/books/naso/ns-errata.html>.
- (ii) Utdelat material i form av kopior ur böcker. (Det är viktigt att Ni tillgodogör Er detta material, eftersom det i vissa fall ersätter material i (i); till exempel gäller detta definitionen av “Karush–Kuhn–Tucker-villkoren”.)
- (iii) Exempelsamling i tillämpad optimering [säljes av institutionen].

**KURSFORDRINGAR:** Kursinnehållet definieras av litteraturhänvisningarna i undervisningsplanen nedan.

**EXAMINATION:**

- Skriftlig tentamen (första tillfälle 10/3 f.m., V-huset)
- Projektuppgift
- Två laborationer

**SCHEMA:**

**Föreläsningar:** Normalt tisdagar 13.15–15.00 och torsdagar 8.00–9.45 i hörsalen, MD-huset. *Undantag: föreläsning 1 och 2 ges 21/1 13.15–17.00; ingen föreläsning 11/2 (Charm).* Föreläsningarna ges på engelska.

**Lektioner:** I två parallella grupper; undervisning på svenska (Niclas/Fredrik) normalt tisdagar 15.15–17.00 och torsdagar 10.00–11.45 i MD6, undervisning på engelska (Anton) normalt tisdagar 15.15–17.00 och torsdagar 10.00–11.45 i MD9. *Undantag: ingen lektion 21/1 (se Föreläsningar ovan); ingen lektion 11/2 (Charm).*

**Projektet:** En tid är bokad i datorsalar för arbete med projektet då lärare är närvarande, 17/2 (salar: B, C, MD2), klockan 17.15–21.00. (Det är inte obligatorisk närvaro.) I övrigt sker arbetet med projektet enskilt. Sista datum för inlämning av modell: 30/1. Utdelning av korrekt AMPL-modell: 7/2. Sista datum för inlämning av skriftlig rapport: 21/2.

**Laborationer:** Vardera laboration har en schemalagd tid i datorsalar då lärare är närvarande, 10/2 respektive 27/2 (salar vid båda tillfällena: B, C, MD2), i båda fall klockan 17.15–21.00 (sal MD2 är bokad från klockan 19.00). (Det är inte obligatorisk närvaro.) Vi räknar med att laborationerna kan utföras enskilt. Sista datum för inlämning av en skriftlig rapport: en vecka efter vardera laboration.

Information om projektuppgift och laborationer, ges senare på kursens hemsida, <http://www.md.chalmers.se/~mipat/T0kurs.html>.

Denna kursinformation och annat utdelat material finns också på kursens hemsida.

## UNDERVISNINGSPLAN FÖRELÄSNINGAR:

**Fö 1 (21/1)** *Kurspresentation*. Inledande ämnesbeskrivning. Applikationer. Modellering, problemanalys. Klassificering.

(i): Kapitel 1

(ii): Kursinformationen (detta dokument); ett häfte med tillämpningar

**Fö 2 (21/1)** *Linjärprogramring*. Lösning av ett enkelt linjärt problem med hjälp av DUPLO. *Fundamenta*. Lokal och global optimalitet. Konvexa mängder och funktioner.

(i): Kapitel 4.1–2, 2.2–3

(ii): "Introduktion till linjärprogrammering"

**Fö 3 (23/1)** *Linjärprogrammering*. Problembeskrivning. Polyedriska mängder. Baslösningar och extrempunkter (algebra kontra geometri i linjärprogrammering). Representationsatsen. Simplexmetoden, inledning.

(i): Kapitel 4.3–4, 5.1–2

**Fö 4 (28/1)** *Linjärprogrammering*. Simplexmetoden. Matrisform. Fas 1 och 2. Degeneration. Terminering. Reviderad simplex. Komplexitet.

(i): Kapitel 5.3–5.6, 9.3

**Fö 5 (30/1)** *Linjärprogrammering*. Optimalitet. Dualitet. Känslighetsanalys.

(i): Kapitel 6.1–4, 7.4–7.6

**Fö 6 (4/2)** *Linjärprogrammering*. Modelleringspråk. Programvara.

*Heltalsprogrammering*. Tillämpningar. Modellering. Heuristiker.

(ii): Om heltalsprogrammering

**Fö 7 (6/2)** *Obegränsad optimering*. Optimalitet. Sökmetoder. Sökriktningar. Linjesökningar. Avbrottskriterier. Brantaste lutningsmetoden.

(i): Kapitel 10.1–5, 11.4.1, 11.5, 11.1–2

**Fö 8 (13/2)** *Obegränsad optimering*. Newtonmetoder. Derivata-fria metoder för obegränsad optimering.

*Begränsad optimering*. Primala optimalitetsvillkor.

(i): Kapitel 11.3, 12.2–3, 12.6, 11.4.3, 14.1

(ii): Övrigt material om bl.a. derivata-fria metoder

**Fö 9 (18/2)** *Begränsad optimering*. Primala algoritmer. Gradientprojektion. Frank–Wolfe-metoden. Simplicial decomposition. Gradientprojektion. Duala optimalitetsvillkor (KKT), inledning.

(i): Kapitel 14.2–7

(ii): Om primala algoritmer

**Fö 10 (20/2)** *Begränsad optimering*. Farkas Lemma. Fritz Johns villkor. Karush–Kuhn–Tucker-villkoren. Lagrangedualitet, inledning.

(i): Kapitel 14.2–7, 14.8.2–3

**Fö 11 (25/2)** *Begränsad optimering*. Lagrangedualitet. Svag och stark dualitet. Dualitetsgap. Ickedifferentierbar optimering.

(i): Kapitel 14.8.2–3

(ii): Om algoritmer för Lagrangeduala problem

**Fö 12 (27/2)** *Begränsad optimering.* Straff- och barriärmetoder. Inre punktsmetoder för linjärprogrammering, orientering. Generaliserad reducerad gradient (GRG), orientering. Utvidgade Lagrangianen.

(i): Kapitel 16.1–3, 17.3–4, 16.5, 15.5, 16.6

(ii): Om algoritmer för begränsad optimering

**Fö 13 (4/3)** *Begränsad optimering.* Algoritmer för begränsad optimering, fortsättning.

**Fö 14 (6/3)** *En översikt av hela kursen.*

*En orientering över heltals- och nätverksoptimering.*

(i): Kapitel 8.1–5

(ii): Om tillämpningar och algoritmer för vissa flödesproblem

## UNDERVISNINGSPLAN LEKTIONER:

Listan omfattar fler uppgifter än de som hinnes med. De som vi räknar med skall hinnas med anges på kursens hemsida efter hand som kursen framskrider; de övriga är rekommenderade hemuppgifter.

**Le 1 (23/1)** Modellering. Geometrisk lösning av linjära optimeringsproblem.

(i): 4.1.1–2

(iii): 2.1.1–2.1.13, 2.4.5–2.4.7, 3.1.1–3.1.8

**Le 2 (28/1)** Konvexitet.

(i): 2.2.3, 4, 6, 8, 9; 2.3.1–6, 8–17

(iii): 1.1.8, 1.1.9, 1.1.15, 1.1.16, 1.1.20, 1.1.22, 1.1.27–1.1.37

**Le 3 (30/1)** Simplexmetoden. Geometri, baser.

(i): 4.2.1–6; 4.3.1–3, 6, 10; 4.4.6–8

(iii): 2.3.2, 2.3.11a, 2.3.16, 2.4.4, 2.4.13a, 2.4.19

**Le 4 (4/2)** Simplexmetoden. Matrisform. Fas 1 och 2.

(i): 5.2.2–6, 8; 5.3.4–5; 5.4.2, 4; 5.5.1, 2(a), 3(a), 4, 6–7, 10

(iii): 2.3.1, 2.3.10, 2.3.24, 2.3.25, 2.3.34–36, 2.4.1–2.4.3, 2.3.5–2.3.9.

**Le 5 (6/2)** Simplexmetoden. Optimalitet. Dualitet. Känslighetsanalys.

(i): 6.1.1–7; 6.2.1–5, 7, 9, 11–12, 15; 5.2.8; 6.3.1–2, 4–9; 6.4.1–3; 7.5.3–5

(iii): 2.2.1–2.2.5, 2.3.11–2.3.14, 2.2.6–2.2.9, 2.4.9, 2.3.33

**Le 6 (13/2)** Dualitet, fortsättning. Heltalsoptimering. Modellering. Heuristiker.

(iii): 5.1.4, 11, 15, 17; 5.2.7

**Le 7 (18/2)** Obegränsad optimering.

(i): 10.2.1–7, 10–12, 17–18; 10.5.2–6, 9; 11.4.7–9; 11.1.1–2, 6–7, 10; 10.3.2–4, 6, 12

(iii): 3.3.1–3.3.11, 3.2.1

**Le 8 (20/2)** Obegränsad optimering, fortsättning.

**Le 9 (25/2)** Optimalitetsvillkor.

(i): 14.2.4–6; 14.4.4; 14.5.3

(iii): 3.5.1–3.5.7, 3.5.17–3.5.19, 3.5.24

**Le 10 (27/2)** Lagrangedualitet.

(i): 14.8.4–8, 10

(iii): 3.4.1, 3.5.8

**Le 11 (4/3)** Lagrangedualitet, fortsättning. Straff- och barriärmetoder.

(i): 16.2.1–4; 16.5.1–2; 15.5.1–3, 5; 16.6.1, 5–6

**Le 12 (6/3)** Straff- och barriärmetoder, fortsättning. Repetition.

(iii): 6.1.3–6.1.6 samt tentamensuppgifter