

Modelling. Local and global minimum. Feasible sets.

Niclas Andréasson

22 januari 2004

1. Modelling (Section 9.1)

To formulate a real world problem as a linear program is an art in itself, and unfortunately there is little theory to help in formulating the problem in this way. The general approach can however be described by two steps:

1. Prepare a list of all the decision variables in the problem. This list must be complete in the sense that if an optimal solution providing the values of each of the variables is obtained, then the decision maker should be able to translate it into an optimum policy that can be implemented.
2. Use the variables from step 1 to formulate all the constraints and the objective function of the problem.

Övning 1 ((!!!): 2.1.1). Bakgrund: En ny producent av parfym önskar slå in sig på en lukrativ marknad. En exklusiv parfym, Chinelle, skall tillverkas och marknadsföras till maximal intäkt. Med den tillgång till maskiner man har kan man producera varan i två olika slags processer och man funderar också på att anlita en fotomodell för att lansera den.

Problem: För att förenkla problemställningen låt oss anta att parfymen (P) tillverkas med hjälp av två huvudingredienser: ämnet med den hemliga formeln MO och en blandning av allmänt förekommande ämnen (B). Två processer är tänkbara med vilka man kan tillverka produkten. Den första ger 3 gram P av 1 enhet MO och 2 enheter B, medan den andra processen ger 5 gram P av 2 enheter MO och 3 enheter B. Man disponerar över tillverkningsprocesser som kan tillverka 20 000 enheter MO under planeringshorisonten och 35 000 enheter B. Varje enhet MO kostar 3 kronor att tillverka och varje enhet B kostar 2 kronor per enhet. Ett gram P beräknas kunna säljas för 50 kronor. Utan marknadsföring tror man sig kunna sälja 1 000 gram P enbart genom nyhetens behag, men man vill höja efterfrågan med hjälp av en annonskampanj. Därtill finns en fotomodell som ställer upp för fotosessioner för priset 5 000 kronor per halvtimme och man tror att en kampanj kan höja efterfrågan med motsvarande 200 gram per halvtimme utnyttjad upp till maximalt 3 timmar (6 halvtimmar).

□ Formulera problemet att välja den optimala strategin som ett LP.

Övning 2 (the transshipment problem). The transshipment problem is a generalization of the transportation problem (see Example 9.1 in Section 9.1 of the course notes). The transshipment problem considers N sources, M demand centers and I intermediate nodes (shipments through intermediate nodes are called *transshipments*). Commodity cannot be shipped directly from a source to a demand center, but must first be shipped through an intermediate node.

Now consider the transshipment problem given in Figure 1. Assume that the availability of commodity at source i is s_i for $i = 1, \dots, 4$, and that the requirements at demand center j is d_j for $j = 1, 2, 3$. Further the cost of shipping one unit of commodity from source i to the intermediate node k is given by a_{ik} and the cost of shipping one unit of commodity from intermediate node k to demand center j is given by b_{kj} . Formulate a linear program for minimizing the total shipping cost.

□

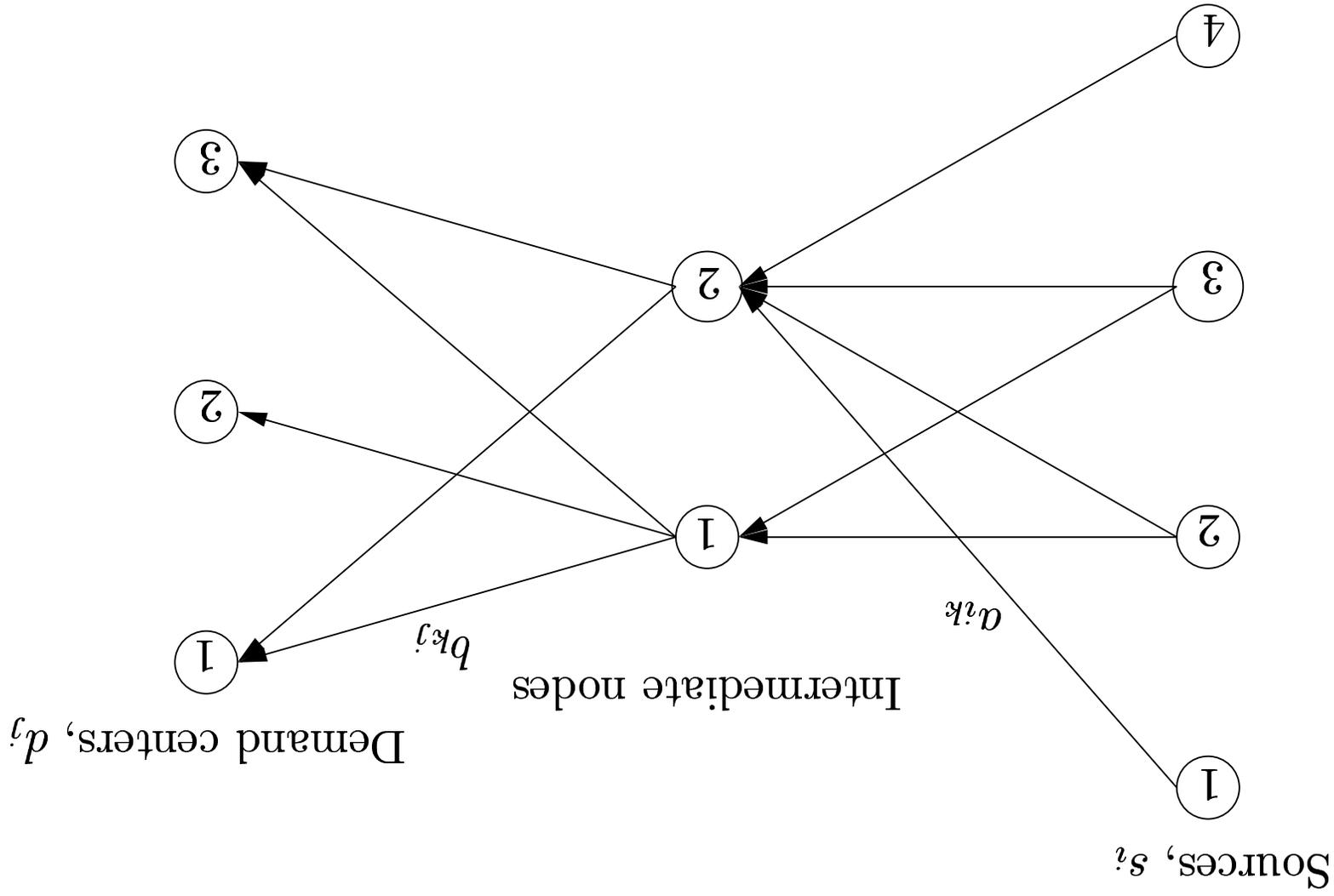


Figure 1: Illustration of the transportation problem.

Övning 3 ((iii): 3.1.4). I ett rum skall två lampor placeras ut så att man får en intensitet på minst T (W/m^2) i tre kontrollpunkter (se figur 2). Varje lampa kan ha en effekt som är högst M watt. Eftersom effekten kostar pengar (kostnaden är direkt proportionell mot effekten) vill man minimera effekttätheten (och därmed kostnaden). Intensiteten på avståndet l från en lampa kan beräknas med formeln

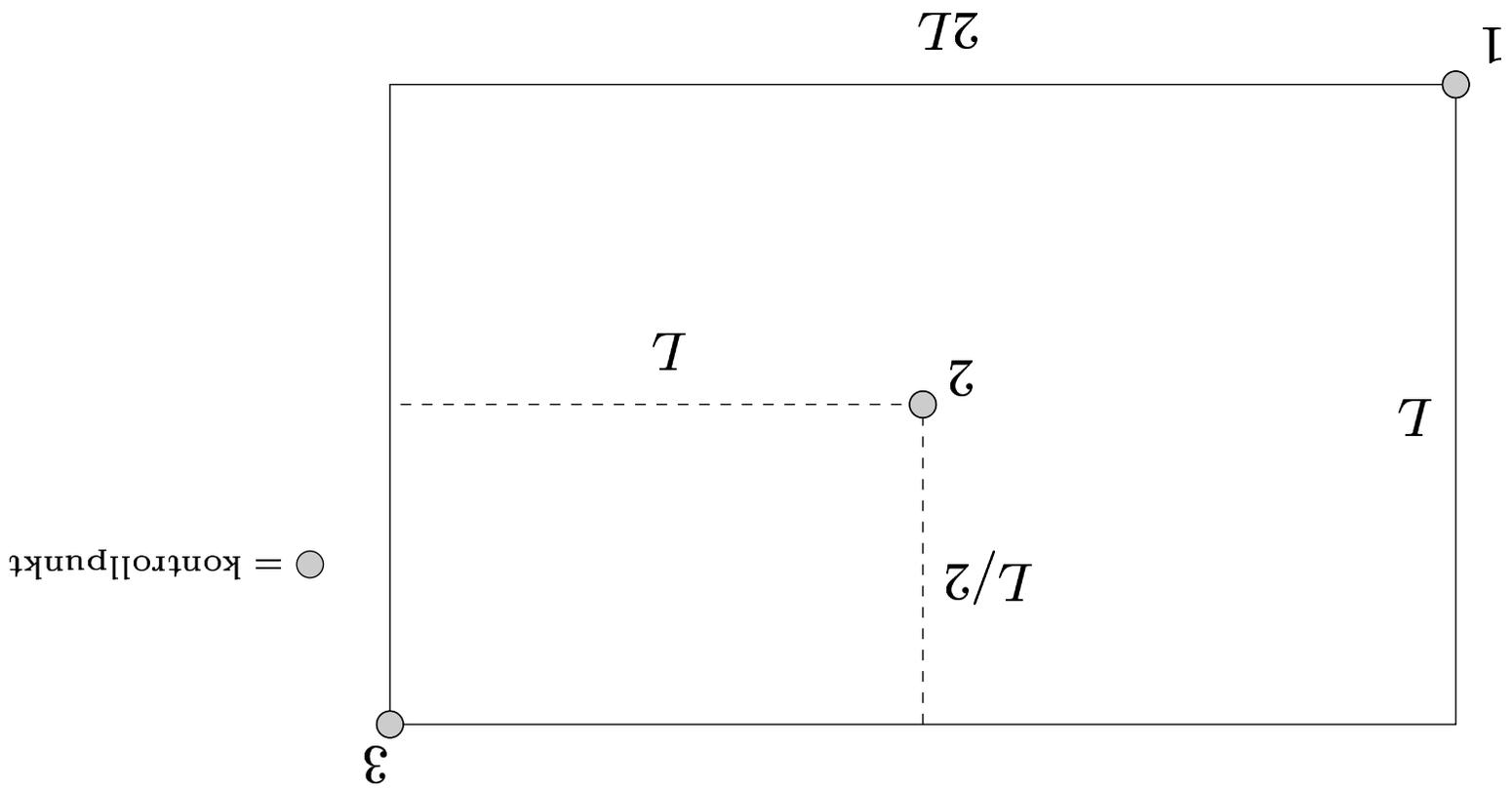
$$P_{\text{belysning}} = \frac{k}{l^2 + \alpha} P_{\text{lampa}},$$

där k och α är positiva konstanter och P_{lampa} effekten på lampan. Intensiteterna från lamporna adderas till varandra.

Under givna förutsättningar, formulera ett optimeringsproblem för att minimera totala kostnaden för att belysa rummet. (OBS! Ej LPI) Är problemet konvext?

□

Figur 2: Kontrollpunkter i rummet.



Project part I: Modelling

In the industry it is more likely that your model will be used if the managers understand it. One of the purposes of the project is that you should learn how to formulate a complex problem as an easily understandable linear program. Therefore we have the following requirements on your report:

- it shall include a figure illustrating the material flows of the problem;
- the variables must be clearly defined and connected to the figure;
- the objective function and the constraints should be clearly described;
- it must be written with a text formatting tool (e.g., L^AT_EX, Word, or FrameMaker); and
- it should look professional!

Before starting the modelling work you should read Section 9.1 in the course notes and Example 9.1 in particular.