Matematik Chalmers
TMA970

Övningsskrivning i Inledande matematisk analys för F1, HT 2002
Datum: 28/9-2002, kl. 8.45-10.45.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefon: Johanna Pejlare, tel. 0740-350646.
OBS! Personnummer skall anges på skrivningsomslaget.
==

1. Bestäm gränsvärdena

$$\textbf{(a)}\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin(a+x)-\sin(a-x)}{x};\quad (3p)\qquad \textbf{(b)}\ \lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}.\quad (3p)$$

2. Visa att

$$\frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}+\frac{8}{1+x^8}+\cdots+\frac{2^n}{1+x^{2^n}}=\frac{1}{x-1}+\frac{2^{n+1}}{1-x^{2^{n+1}}}$$

för alla $n\in\mathbb{N}$ ($x\neq\pm1$). (7p)

3. Bestäm alla reella x för vilka

$$\arcsin(2x^2-1)=-\frac{\pi}{2}-2\arcsin x.\qquad (7p)$$

4.(a) Ge definitionen för att $\lim_{x\to x_0} f(x)=\infty$. (2p)

(b) Visa med hjälp av definitionen att $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}=\infty$. (3p)

(c) Visa att om $f(x)\geq g(x)$ för alla $x\neq 0$ och $\lim_{x\to 0} g(x)=\infty$, så gäller $\lim_{x\to 0} f(x)=\infty$. (4p) Använd påståendena i (b) och (c) (även om du inte har bevisat dem) för att visa att $\lim_{x\to 0}\frac{1+\sin^2 x}{x^2}=\infty$. (1p)

7p - 13p:	1 bonuspoäng
14p - 20p:	2 bonuspoäng
21p - 27p:	3 bonuspoäng
28p - 30p:	4 bonuspoäng