

**Matematik Chalmers**  
**TMA970**

**Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F1, HT 2001**

Datum: 2002-01-15, kl. 14.15-18.15.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefon: Robert Berman, tel. 0740-459022.

OBS! Personnummer skall anges på skrivningsomslaget.

=====

1. Låt  $f$  vara en funktion, kontinuerligt deriverbar för alla  $x \in \mathbb{R}$ , och sådan att dess enda stationära punkt är  $x_0 = 3$ . Ange om  $f$  har lokalt minimum, lokalt maximum eller inflexionspunkt i  $x_0$  i vart och ett av fallen nedan. Motivera! (2p för varje deluppgift)

- (a)  $f'(1) = 3$ ,  $f'(5) = -1$ ;
- (b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ ;
- (c)  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 2$ ,  $f(4) = 4$ ,  $f(5) = 5$ ;
- (d)  $f'(2) = -1$ ,  $f(3) = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$ .

2. Bestäm gränsvärdena

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\cos x} - e}{\sin^2 x}$ ; (5p)
- (b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$ . (3p)

3. Rita grafen till funktionen

$$f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}.$$

Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (8p)

4. Bestäm en primitiv funktion till

- (a)  $\frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}}$ ; (4p)
- (b)  $\frac{x^2 - 1}{(x+3)^2(x^2+3)}$ . (4p)

5. Ytan mellan  $x$ -axeln och kurvan  $y = e^{-x}|\sin x|$ ,  $0 \leq x < \infty$ , roterar ett varv kring  $x$ -axeln. Bestäm rotationskroppens volym. (7p)

6. Funktionen  $f$  är kontinuerlig på intervallet  $[0, 1]$ . Finn  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\epsilon}^{2\epsilon} \frac{f(x)}{x} dx$ . (7p)

7.(a) Definiera begreppet kontinuitet för en funktion  $f$  i en punkt  $x_0$ . (1p)

(b) Definiera begreppet deriverbarhet för en funktion  $f$  i en punkt  $x_0$ . (1p)

(c) Visa att om en funktion är deriverbar i en punkt, så är den kontinuerlig i samma punkt. Är det omvända påståendet sant? Motivera! (5p)

8. Formulera integralkalkylens medelvärdessats i dess båda varianter. Bevisa en av varianterna. (7p)