Exempel på Riemannsummor:

Vi ritar upp Riemannsummorna till funktionen

$$f(x) = 2\sin(x)\operatorname{arcsinh}(x) + \tfrac{x}{2} - \tfrac{\pi}{4} \quad \left(= 2\sin(x)\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) + \tfrac{x}{2} - \tfrac{\pi}{4}\right)$$

med 33 ekvidistanta delningspunkter x_k av intervallet $[a,b] = [-\pi, \pi]$

$(-\pi = x_0 < x_1 < \cdots < x_{k-1} < x_k < \cdots x_n = \pi,\ x_k = -\pi + \frac{2\pi k}{33},\quad k = 0, 1, \cdots, 33)$:

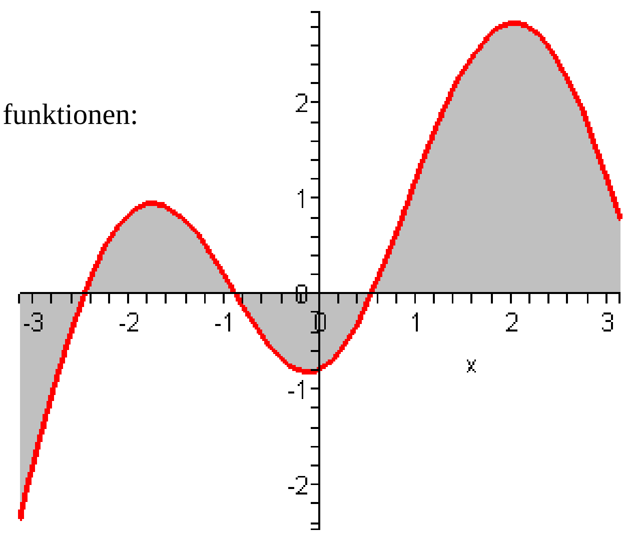
Riemannsummorna är då $\frac{2\pi}{33}\sum_{k=1}^{33} f(\xi_k)$; vi ritar dem som rektanglar (basen $[x_{k-1}, x_k]$, höjden $f(\xi_k)$) tillsammans med grafen till $y = f(x)$ för

ξ_k = vänstra randpunkten av $[x_{k-1}, x_k]$, dvs. $\quad \text{leftsum} = \frac{2\pi}{33}\sum_{k=0}^{32} f\left(-\pi + \frac{2\pi k}{33}\right)$,

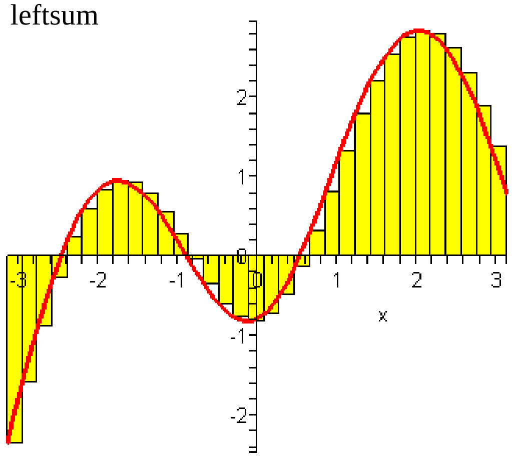
ξ_k = mittpunkten av $[x_{k-1}, x_k]$, dvs. $\quad \text{midsum} = \frac{2\pi}{33}\sum_{k=1}^{33} f\left(-\pi + \frac{2k}{33}\left(k + \frac{1}{2}\right)\right)$,

ξ_k = högra randpunkten av $[x_{k-1}, x_k]$, dvs. $\quad \text{rightsum} = \frac{2\pi}{33}\sum_{k=1}^{33} f\left(-\pi + \frac{2\pi k}{33}\right)$

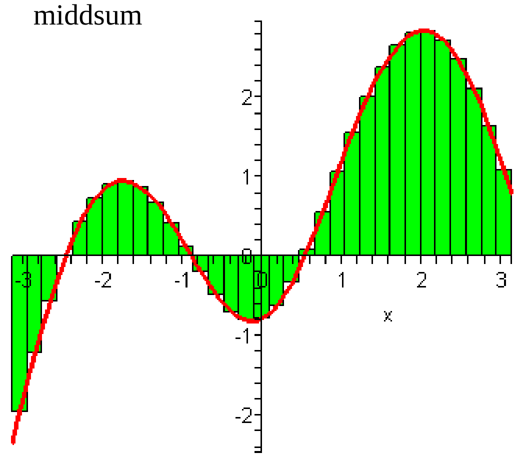
funktionen:



leftsum

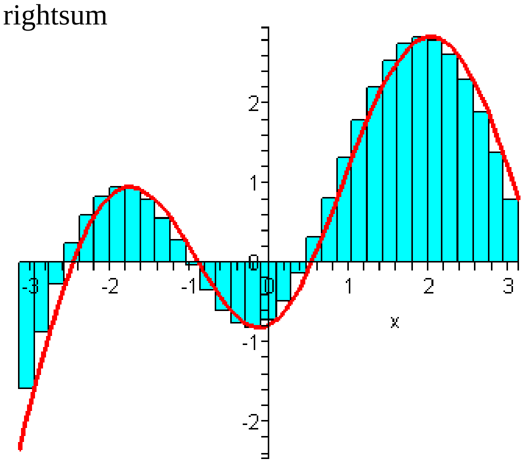


middsum

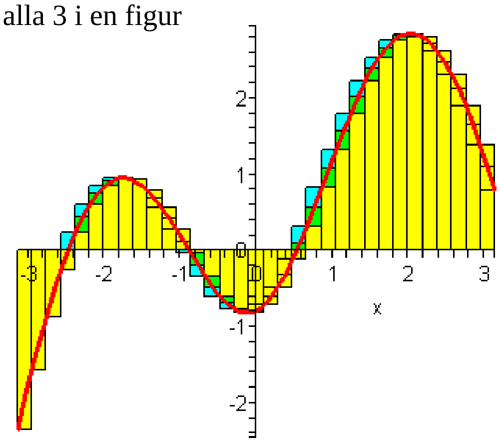


Riemannsummor (n=33)

rightsum



alla 3 i en figur



För numerisk beräkning av integralen är Riemannsummor inte sä lämpliga: integralens värde med 9 korrekta decimaler är **4.467471625** medan värdet för Riemansummorna är

leftsum: **4.145873196**

middsum: **4.478737207**

rightsum: **4.744031038**