Tentamen i inledande matematisk analys F1 (TMA970), 2006-01-10, kl. 14.00-18.00 i V

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa,

Telefon: Johan Jansson och Peter Lindroth, tel. 0762 – 721860 och 0762 – 721861

OBS: Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget.
Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat.

==

1. Låt $f(x) = x^{\arctan x}$. Beräkna

a) $f'(1)$ **b)** $\lim\limits_{x\to 0+} f(x)$ (enbart standardgränsvärden får användas). (6p)

2. Visa att $f(x) = x + \cos x$ är injektiv och beräkna $Df^{-1}(1)$ (derivatan av f^{-1} i punkten 1). (7p)
Ange även f:s inflexionspunkter.

3. Låt $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ och
$D_1 = \{(x, y) : 0 \le x \le \frac{1}{2},\ 0 \le y \le f(x)\}$, $D_2 = \{(x, y) : \frac{3}{2} \le x \le 8,\ 0 \le y \le f(x)\}$.

a) Beräkna arean av området D_1 och arean av området D_2. (3p)

b) Visa att D_1 och D_2 har lika stor area. (4p)

4. Bestäm a så att kedjelinjen $y = \cosh x, -a \le x \le a$ här längden 2 (längdenheter). (7p)

5. Låt $f(x) = \dfrac{32}{(x+2)^4 - 16}$.

a) Utveckla $(x+2)^4$ med hjälp av binomialteoremet. (2p)

b) Partialbråksuppdela $f(x)$. (3p)

c) Rita kurvan $y = f(x)$ med angivande av extrempunkter och asymptoter. (7p)

d) Motivera varför den generaliserade integralen $\int_1^\infty f(x)dx$ är konvergent

d1) utan att beräkna den (2p) **d2)** genom att beräkna den (5p). (7p)

6. Låt $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ vara deriverbar. Visa att om f antar ett lokalt extremvärde i en punkt x_0 så är $f'(x_0) = 0$. Gäller omvändningen? (7p)

7. Formulera och bevisa integralkalkylens medelvärdessats för två funktioner. (7p)

Betygsgränser:

24p – 35p ger betyget 3, 36p – 47p ger betyget 4, 48p eller mer ger betyget 5 BB