

Chalmers, Teknisk fysik, augusti 2006

Några matematiska uppgifter

Skrivtid: 120 min
Inga hjälpmedel tillåtna.

Namn:

A. Markera rätt svar genom att ringa in. (1p för varje rätt svar)

1. Om $a = \sqrt{5}$, $b = 3\sqrt{5}$ och $c = \frac{a+b}{a-b}$, så

(a) $c = \sqrt{5}$; (b) $c = 2$; (c) $c = 4$; (d) annat svar.

2. Om $a + b > a - 2b$, så följer att

(a) $a > b$; (b) $b > 0$; (c) $a < b$; (d) inget av (a)-(c).

3. Funktionen $f(x) = \sin 2x - \sin \frac{x}{2}$ är periodisk med perioden

(a) 2π ; (b) π ; (c) 4π ; (d) annat svar.

4. Om $f(x) = \sqrt{x}$ och $g(x) = \sin x$, så är $f(g(\frac{\pi}{6}))$

(a) $\sqrt{2}$; (b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; (c) $\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}$; (d) annat svar.

5. Om $\frac{x^5}{8} = 4$, så gäller

(a) $x = \pm 2$; (b) $x = 2$; (c) $x = -2$; (d) annat svar.

6. Om $a \boxplus b = 3 + ab$, så är $2 \boxplus (1 \boxplus 3)$

(a) 25; (b) 20; (c) 15; (d) annat svar.

7. Om $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ och $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, så har $\sin 2\alpha$ värdet

(a) $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$; (b) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$; (c) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$; (d) annat värde.

8. Om $\ln 16 = a$, så är $\ln 4$

- (a) $2a$; (b) \sqrt{a} ; (c) a^2 ; (d) annat svar.

9. Om $S_{1000} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{1000}}$, så gäller att $S_{1000} =$

- (a) $\frac{2^{1000} - 1}{2}$; (b) $2(2^{1001} - 1)$; (c) $\frac{2^{1001} - 1}{2^{1000}}$; (d) annat svar.

10. För alla reella x gäller

- (a) $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$;
(b) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$;
(c) $\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x}$;
(d) inget av ovanstående.

11. Talet 4 är lösning till olikheten

- (a) $x \leq 1$; (b) $1 - x \leq -4$; (c) $x \leq 4$; (d) ingen av (a)-(c).

12. För alla $x < 0$ så gäller att

- (a) $|x + 5| = -x + 5$;
(b) $|x + 5| > 0$;
(c) $|x| < 0$;
(d) inget av ovanstående.

13. För alla reella x, y gäller att $\sin x + \sin y =$

- (a) $2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$; (b) $2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$;
(c) $2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$; (d) $2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$.

B. Lös uppgifterna nedan; ange endast svar. (2p för varje rätt svar)

1. Beräkna $\int_1^3 (x^2 - 3x + e^{2x}) dx$.

Svar:

2. Ange det största parametervärde a , för vilket ekvationen $ax^2 - x + 1 = 0$ har minst en reell lösning.

Svar:

3. Givet funktionen $f(x) = \sin^2 x + \cos x + 2$, ange summan av f :s största och minsta värde.

Svar:

4. Triangeln ABC är likbent med sidlängder $|AB| = 6$, $|BC| = |AC| = 5$. Bestäm höjden mot sidan BC .

Svar:

5. En triangel ABC har sidlängderna $|AB| = 15$, $|BC| = 14$, $|CA| = 13$. Bestäm $\sin \gamma$, där γ är vinkeln som står mot sidan AB .

Svar:

6. Ange antalet lösningar till ekvationen $\cos x = \frac{|x|}{x}$ i intervallet $[-10, 10]$.

Svar:

C. Ge fullständig lösning till uppgiften nedan. (max 5p)

Lös ekvationen

$$\sqrt{4x + 1} = 4 - \sqrt{2x - 3}.$$