

Chalmers, Teknisk fysik, augusti 2006

Några matematiska uppgifter - SVAR

A.

1d

2b

3c

4b

5b

6c

7a

8d

9c

10b

11c

12d

13a

B.

1: $-\frac{10}{3} + \frac{1}{2}e^6 - \frac{1}{2}e^2$

2: $\frac{1}{4}$

3: $\frac{17}{4}$

4: $\frac{24}{5}$

5: $\frac{12}{13}$

6: 3

C. *Lösning:* Rotuttrycken i v.l. och h.l. är definierade för $x \geq \frac{3}{2}$. Kvadrering ger en ekvation ekvivalent med den givna förutsatt att v.l. och h.l. har samma tecken. Vi flyttar därför över rotuttrycket från h.l. till v.l.

$$\sqrt{4x+1} + \sqrt{2x-3} = 4.$$

Kvadrering och en viss förenkling ger nu (för $x \geq \frac{3}{2}$) den ekvivalenta ekvationen

$$\sqrt{(4x+1)(2x-3)} = 9 - 3x.$$

Eftersom v.l. i ekvationen ovan är icke-negativt, måste h.l. också vara det, vilket ger villkoret $x \leq 3$. Under den förutsättningen kan vi kvadrera en gång till och då få en ekvation ekvivalent med den ursprungliga (för $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$)

$$x^2 - 44x + 84 = 0.$$

Av de två rötterna $x_1 = 2$ och $x_2 = 42$ är det endast $x_1 = 2$ som uppfyller villkoren vi behövde ställa på vägen ($42 \not\leq 3$). Den ursprungliga ekvationen har alltså en enda lösning $x = 2$.