

**Övningskrivning i inledande matematisk analys F1 (TMA970), 2006-09-23**

**kl. 8.30-10.30 i V**

**Hjälpmedel:** Inga, ej heller räknedosa

**Telefon:** Bernhard Behrens, tel. 0768-681630

**OBS:** Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget.  
Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat.

1. Låt  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ; visa att för alla  $N \in \mathbb{N}$  gäller  $\sum_{k=0}^N kx^k = \frac{Nx^{N+2} - (N+1)x^{N+1} + x}{(1-x)^2}$ . (6p)

2. Betrakta funktionen  $f(x) = \frac{\sqrt{|x^4 - 1|}}{x^2 + 1}$  med  $D_f = \mathbb{R}$ .

a) Är  $f$  deriverbar? (3p)

b) Funktionen  $g$  definieras genom  $D_g = [1, \infty[$  och  $g(x) = f(x)$  för  $x \in D_g$ .

Visa (utan att använda derivata) att  $g$  är injektiv och bestäm  $g^{-1}$ . (7p)

c) Bestäm värdemängden  $V_f$ . (5p)

3. Låt  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $A \in \mathbb{R}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ .

Definiera följande begrepp (vissa är nonsens, motivera varför):

a)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ . (2p)

b)  $f$  är kontinuerlig i  $a$ . (1p)

c)  $f$  är deriverbar i  $a$ . (2p)

d)  $f$  är injektiv i  $a$ . (1p)

e)  $f$  är kontinuerlig på  $[a, b]$ . (1p)

f)  $f$  är deriverbar på  $[a, b]$ . (1p)

g)  $f$  är injektiv på  $[a, b]$ . (1p)

(9p)

7p – 13p: 1 bonuspoäng, 14p – 20p: 2 bonuspoäng, 21p – 27p: 3 bonuspoäng, 28p – 30p: 4 bonuspoäng

BB