INSTUDERINGSUPPGIFTER

Du lär dig väldigt mycket av att prata med andra, att förklara för andra dina idéer, dina lösningar, vad du gjorde, vad du menade. Gå ihop i smågrupper (högst 4), lös några av dessa uppgifter hemma, åtminstone dem du får lösningar till, skriv ner dina lösningar på ett bra sätt och ta med dem till räknestugan eller någon annanstans, där ni ("smågruppen") träffas och "försvara" dem i gruppen, titta kritiskt på de andras lösningar, diskutera dem och allt kringliggande: är lösningen korrekt? fullständig? bra nerskriven? omständlig? är alla använda begrepp/satser klara? Kanske måste ni först gå igenom (delar av) föreläsningen? Utnyttja även övningsledaren!

Tänk på att du måste träna att formulera dig, att skriva ner en lösning på ett acceptabelt sätt.

Uppgifterna är tentamensuppgifter!

Här finns även "repetitionsfrågor"; ta upp dem i diskussionen, de liknar **teorifrågor på tentan**.

Lösningar (ev. med kommentarer och nya frågor) ges till vissa uppgifter (märkta "lösn"); gå igenom dessa och jämför dem med dina lösningar, men titta aldrig på dem innan du har försökt själv!!!

INSTUDERINGSUPPGIFT 1 (logik, induktion)

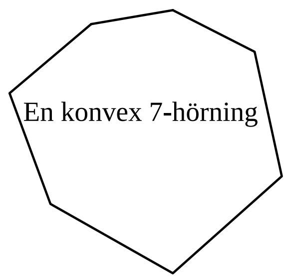
1) Finns det heltal $m, n,\ m \cdot n \neq 0$ sådana att $m\sqrt{2} + n\sqrt{3}$ är ett rationellt tal?

(svar: nej)

2) (lösn) Visa med induktion att $2\sum_{k=1}^{N}(-1)^{N+k}k^2 = N + N^2$ för alla $N \in \mathbb{N}$.

3) Låt $a_0 = 2,\ a_1 = 5$ och $a_{n+1} = 5a_n - 6a_{n-1}$ för $n \in \mathbb{N}$.
Visa med induktion att $a_n = 2^n + 3^n$ för alla $n \in \mathbb{N}$.

4) En N–hörning kallas *konvex* om alla vinklar är mindre än π .
Visa att vinkelsumman i en konvex N–hörning är $(N-2)\cdot\pi$
för varje $3 \leq N \in \mathbb{N}$.



REPETITIONSFRÅGOR inl. matem. analys för F1, 06

Moment 1: mängd, funktion

1. Vad är en mängd?

2. Definiera $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $A \subseteq B$, (den kartesiska) mängdprodukten $A \times B$ (A, B mängder).

3. Vad är supremum (infimum) av en mängd?

4. Vad är mängderna $\emptyset$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$?

5. Kan du visa att $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$?

6. Vad är en relation? Vad är en funktion? Vad menas med $f: \begin{array}{c} X \to Y \\ x \mapsto y \end{array}$?

7. Vad är en växande, en avtagande, en monoton, en begränsad funktion?

8. Vad är en injektiv funktion? Vad är f^{-1}?

Lösningsförslag till instuderingsuppgift 1 (2)

bevis med induktion:

I. För $N = 1$ gäller

$VL = 2 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 1^2 = 2 = 1 + 1^2 = HL$, påståendet är alltså sant för $N = 1$.

II. <u>Antag</u> nu att påståendet är sant t.o.m. ett visst p, $1 \le p \in \mathbb{N}$, dvs. att

$$2\sum_{k=1}^{p}(-1)^{p+k}k^2 = p + p^2 .$$

Visa att påståendet då är sant även för $p+1$, dvs. att

<u>påstående</u>: $$2\sum_{k=1}^{p+1}(-1)^{p+1+k}k^2 = (p+1) + (p+1)^2 .$$

<u>bevis</u>: $$VL = 2\sum_{k=1}^{p}(-1)^{p+1+k}k^2 + 2\cdot(-1)^{p+1+p+1}\cdot(p+1)^2 =$$

$$= -2\sum_{k=1}^{p}(-1)^{p+k}k^2 + 2(p+1)^2 = [\text{enligt antagandet}] = -p - p^2 + 2(p+1)^2 =$$

$$= (p+1)(-p + 2(p+1)) = (p+1)(p+2) = HL .$$ vsv

III. Induktionsaxiomet ger nu att påståendet gäller för alla $N \in \mathbb{N}$.

vsv