

REPETITIONSFRÅGOR inl. matem. analys för F1, 06

Moment 1: mängd, funktion

1. Vad är en mängd?
2. Definiera $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, A \subseteq B$, (den kartesiska) mängdprodukten $A \times B$ (A, B mängder).
3. Vad är supremum (infimum) av en mängd?
4. Vad är mängderna $\mathbb{O}, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$?
5. Kan du visa att $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$?
6. Vad är en relation? Vad är en funktion? Vad menas med $f : X \rightarrow Y$ $x \mapsto y$?
7. Vad är en växande, en avtagande, en monoton, en begränsad funktion?
8. Vad är en injektiv funktion? Vad är f^{-1} ?

Moment 2: gränsvärde, kontinuitet, deriverbarhet, elementära funktioner

1. Kan du skriva upp definitionerna för $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow a-} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A, f(x) \rightarrow \pm\infty$ då $x \rightarrow a$ ($a \pm, \pm\infty$)?
2. Vilka "gränsvärdesregler" användes i exempel 32 sid. 82 i kursboken?
3. Kan du bevisa gränsvärdesreglarna?
4. Vad är en kontinuerlig funktion? Varför är kontinuitet en så viktig egenskap?
5. Vad är en deriverbar funktion? Är en kontinuerlig funktion deriverbar? Är en deriverbar funktion kontinuerlig?
6. Stämmer påståendet: $\lim_{x \rightarrow a+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow a-} f'(x) \Rightarrow f$ är deriverbar i a ?
7. Kan du (formulera och bevisa) deriveringsreglarna?
8. Vad ger $f'(a)$? Kan du skriva upp en ekvation för tangenten?
9. Kan du derivera f^{-1} (under vilka förutsättningar?) och visa din formel?
10. Vad är lokala extrempunkter (lokala maxima/minima)? Hur kan du eventuellt hitta dem m.h.a. derivatan?
11. Vad är en stationär punkt? Är stationära punkter (lokala) extrempunkter?
12. Kan du (formulera, bevisa) Lagranges sats (differentialkalkylens medelvärdesats)? Vilka tillämpningar har Lagranges sats?

- 13.** Vad menas med att en funktion är konvex/konkav? Vad är en inflexionspunkt?
Hur kan du eventuellt m.h.a. derivatan avgöra om en funktion är växande/avtagande, resp. konvex/konkav? Kan du visa det? Är en strängt konvex funktion injektiv? Deriverbar? Är inflexionspunkter lokala extrempunkter?
- 14.** Hur definieras funktionerna
 $\ln x$, e^x , x^a , $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\sinh x$, $\cosh x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$, $\theta(x)$?
Kan du visa att dessa funktioner är kontinuerliga/deriverbara och härleda derivatorna till dem?
- 15.** Kan du (även visa) standardgränsvärdena
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0+} x \ln x$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x}$?

Moment 3: integral, kurvor

- Vad är en primitiv funktion till f ? Kan du motivera varför en kontinuerlig funktion har en primitiv funktion (hur "konstruerar" man en primitiv funktion)?
- Vad är $\int f(x)dx$ resp. $\int_a^b f(x)dx$? Kan du visa att $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b$, oberoende av vilken primitiv funktion F till f man väljer?
- Hur definieras funktionerna $\ln(x)$ och $\exp(x)$?
Kan du visa logaritmlagarna och räknelagarna för exponentialfunktionen?
- Hur lyder formlerna för variabelsubstitution och för partiell integration?
- Kan du partialbråksuppdelning rationella funktioner?
- Vad är en Riemann-summa?
- Är summan/produkten av två jämna funktioner jämn? Av udda funktioner?
Av en udda och en jämn funktion?
- Kan du (formulera och bevisa) integralkalkylens medelvärdesats?
- Hur definieras (konvergent/divergent) generaliserad integral?
- Kan du (formulera och bevisa) jämförelsesatsen för generaliserade integraler?
- Vad är en $(C^m -)$ kurva i \mathbb{R}^3 ? Båglängdselementet? Längden av en kurva?

Moment 4: kombinatorik

- Vad är och vad ger binomialkoefficienterna $\binom{m}{n}$?
- Kan du (även bevisa) binomialteoremet?
- Vad är en permutation? Vad är och vad ger $n!$?