Matematik CTH&GU

<u>Tentamen i inledande matematisk analys F1 (TMA970), 2006-08-21, kl. 8.30-12.30 i V</u>

<u>Hjälpmedel:</u> Inga, ej heller räknedosa,

<u>Telefon:</u> Jonas Hartwig, tel. 0762 – 721860

<u>OBS:</u> Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget.
Ange namn och personnummer på <u>varje</u> inlämnat blad du vill ha rättat.

==

1. Avgör om följande integraler konvergerar eller divergerar. Motiver väl!

a) $\displaystyle\int_1^3 \frac{1}{|x-2|}\,dx$ **b)** $\displaystyle\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{|x-2|}}\,dx$ **c)** $\displaystyle\int_1^3 \ln|x-2|\,dx$. (8p)

2. Visa att $\arctan\frac{2x}{5} + \arctan\frac{2x}{x^2+1} = \arctan\frac{2x(x^2+6)}{x^2+5}$ för alla $x \in \mathbb{R}$. (6p)

3. Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ges av

$D_f = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, $f(0) = 0$ och $f(x) = \frac{\ln(\cos x)}{x}$ för $0 \neq x \in D_f$.

a) Visa att f är C^1 (dvs. f är deriverbar och f' är kontinuerlig). (8p)

b) Visa att f är injektiv och beräkna $Df^{-1}(0)$. (8p)

4. Låt $f(x) = \dfrac{\cosh x}{e^x \cosh 2x}$.

a) Rita funktionskurvan $y = f(x)$ med angivande av asymptoter och extrempunkter. (7p)

b) Motivera varför integralen $\displaystyle\int_0^\infty f(x)\,dx$ är konvergent (2p) och beräkna den (6p). (8p)

5. Låt $a \in \mathbb{R}$, $D \subseteq \mathbb{R}$ och $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

a) Vad menas med "a är inre punkt i D" och vad är "supremum av D"? (3p)

b) Visa att om f är deriverbar i a så är f även kontinuerlig i a. (4p)

6. Formulera och bevisa differentialkalkylens medelvärdessats (Lagrange's sats). (8p)

Betygsgränser:

24p – 35p ger betyget 3, 36p – 47p ger betyget 4, 48p eller mer ger betyget 5 BB