Kommentarer till uppgift 1, 4b):

Jämförelsekriteriet lyder:

Om $0 \le f(x) \le g(x)$ för $a < x < b$ så gäller

a) $\int_a^b g(x)dx$ konvergent $\Rightarrow$ $\int_a^b f(x)dx$ konvergent

b) $\int_a^b f(x)dx$ divergent $\Rightarrow$ $\int_a^b g(x)dx$ divergent.

Typiska fel:

Många skrev olikheter typ $\int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx$, många skrev något i stil med "$g(x)$ är konvergent", många missade att satsen bara gäller för icke negativa funktioner.

Några försökte integrera (omöjligt), men för $[0,1]$ kunde man faktiskt substituera:

$\int_0^1 \frac{\sin x}{x\sqrt{x}} dx = \left[x = t^2\right] = 2\int_0^1 \frac{\sin t^2}{t^2} dt$ som är konvergent (inte generaliserad då man sätter $f(0) = 1$ för $f(t) = \frac{\sin t^2}{t^2}$ för $t \ne 0$), eller integrera 2 ggr. partiellt:

$\int_0^1 \frac{\sin x}{x\sqrt{x}} dx = \left[-2\frac{\sin x}{\sqrt{x}} + 4\sqrt{x}\cos x\right]_0^1 + 4\int_0^1 \sqrt{x}\sin x dx$ (gränsvärdena existerar…).

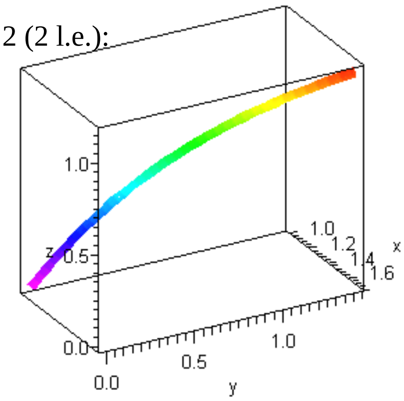
I ställer för "$0 \le f(x) \le g(x)$" argumenterade flera med "$f \approx g$" (vad det nu innebär), men en sats som säger något om konvergens av integraler med sådana f, g har vi inte visat!

Uppg **4b)** kan man lösa genom att beräkna en primitiv funktion

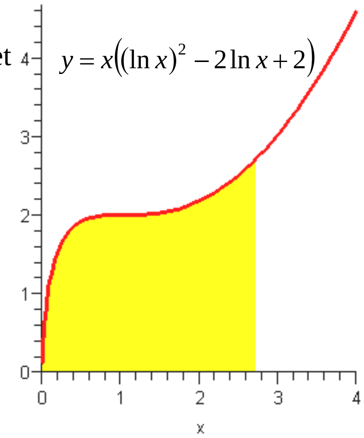
($\frac{\pi}{2}x - x\arctan(x^2) + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\ln\sqrt{\frac{x^2-\sqrt{2}x+1}{x^2+\sqrt{2}x+1}} + \arctan\left(\sqrt{2}x-1\right) + \arctan\left(\sqrt{2}x+1\right)\right)$ …ha!).

Figurer på baksidan

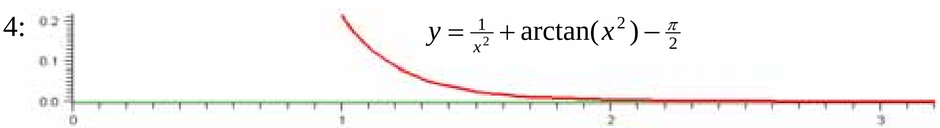
kurvan i uppg. 2 (2 l.e.):



funktionen med området i uppg. 3:

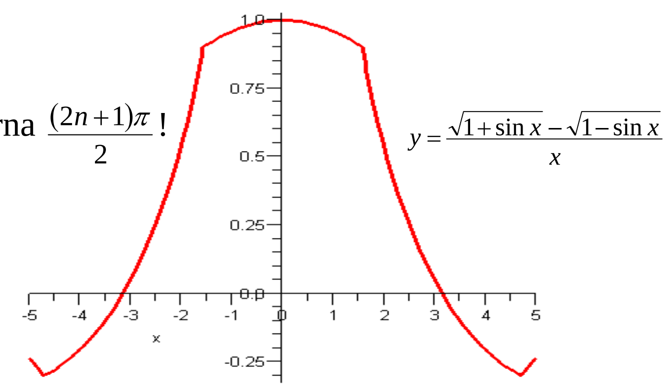


till uppgift 4:



Till **uppgift 5** (som var labbuppgift!!):

Funktionen f är inte deriverbar i punkterna $\frac{(2n+1)\pi}{2}$!



Titta närmare på punkten $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\right)$

då ser du det tydligt: