

Övningskrivning i inledande matematisk analys F1 (TMA970), 2008-09-20

kl. 8.30-10.30 i V

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa

Telefon: Martin Berglund, tel. 0762-721861

OBS: Ange linje och inskrivningsår samt namn och personnummer på skrivningsomslaget.

Ange namn och personnummer på varje inlämnat blad du vill ha rättat.

1. Fibonaccitalen ges av $F_0 = 0, F_1 = 1$ och $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ för $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Visa med induktion att för alla $n \in \mathbb{N}$ gäller $F_n \leq \left(\frac{5}{3}\right)^n$. (4p)

2. Låt $f(x) = \sqrt{x^8 + 1} + \sqrt{x^6 + 1} + \sqrt{x^2 + 1} - 3$.

a) Hur många reella lösningar har ekvationen $f(x) = 1$? (4p)

b) Motivera varför gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ existerar och beräkna det. (3p)

3. Betrakta funktionen $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{1 + |x|}$ med $D_f = \mathbb{R}$.

a) Är f kontinuerlig? I vilka punkter är f deriverbar? Motivera väl! (4p)

b) På vilka intervall är f växande resp. avtagande (derivata får ej användas)? (3p)

c) Rita kurvan $y = f(x)$ med angivande av extrempunkter (derivata får ej användas). (4p)

4. a) Låt $M = [0, 2]$ och $N =]1, 3[$. Bestäm $M \times N$ och $N \times M$. (2p)

b) Visa att om två funktioner $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ har ett gränsvärde då x går mot a ($a \in \mathbb{R}$) så har även $f + g$ ett gränsvärde då x går mot a . (6p)