

Tentamen i inledande matematisk analys F/TM (TMA970), 2009-01-17, kl. 8.30-12.30 i V**Hjälpmedel:** Inga, ej heller räknedosa,**Telefon:** Christoffer Cromvik, tel. 0762 – 721860**OBS:** Tentan rättas och bedöms anonymt. Skriv tentamenskoden på samtliga inlämnade papper.

Fyll i omslaget ordentligt.

1. Beräkna koefficienten för $(xyz)^3$ i utvecklingen av $(x + y + z)^9$. (5p)

2. Låt $f(x) = \frac{\arcsin x}{\arccos x}$.
 - a) Ange D_f , visa att f är injektiv och bestäm V_f . (4p)
 - b) Bestäm tangenten till kurvan $y = f(x)$ i origo och $Df^{-1}(2)$. (5p)

3. Låt $f(x) = (\sqrt{x^2 - 1})^{-3}$.
 - a) Bestäm en primitiv funktion till f på $]1, \infty[$. (7p)
 - b) Avgör om $\int_1^2 f(x) dx$ resp. $\int_2^\infty f(x) dx$ är konvergent eller divergent. (4p)

4. Låt $f(0) = 1$, $f(1) = 0$ och $f(x) = |1 - x| x^{\frac{x}{1-x}}$ för $1 \neq x \in]0, \infty[$.
 - a) Visa att f är kontinuerlig (på $[0, \infty[$!). (5p)
 - b) Rita kurvan $y = f(x)$ med angivande av extrempunkter och asymptoter. (8p)

5. Låt $f(0) = 0$ och $f(x) = \frac{1}{\sinh(x) \sinh(\frac{1}{x})}$ för $0 \neq x \in \mathbb{R}$.
 - a) Är f deriverbar? Existerar $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$? Motivera väl! (5p)
 - b) Är $\int_0^\infty f(x) dx$ konvergent eller divergent? Motivera väl! (5p)

6. Definiera funktionen $\arctan x$ och härled dess derivata. (5p)

7. Visa att om $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ är deriverbar och antar i x_0 ett lokalt minimum så är $f'(x_0) = 0$. (7p)