

REPETITIONSFRÅGOR inl. matem. analys för F1, 08

Moment 1: mängd, funktion

1. Vad är en mängd?
2. Definiera $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $A \subseteq B$, $P(A)$ (potensmängden av A) och $A \times B$ ((den kartesiska) mängdprodukten av A och B) (A, B mängder).
3. Vad är supremum (infimum) av en mängd (lv6,7)?
4. Vad är mängderna $\mathbb{O}$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$?
5. Kan du visa att $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$?
6. Vad är en relation? Vad är en funktion? Vad menas med $f: X \rightarrow Y$ $x \mapsto y$?
7. Vad är en växande, en avtagande, en monoton, en strängt växande, en strängt avtagande, en strängt monoton, en begränsad funktion?
8. Vad är en injektiv funktion? Vad är f^{-1} ?

Moment 2: gränsvärde, kontinuitet, deriverbarhet, elementära funktioner

1. Kan du skriva upp definitionerna för $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$, $f(x) \rightarrow \pm\infty$ då $x \rightarrow a$ ($a \pm, \pm\infty$)?
2. Vilka "gränsvärdesregler" användes i exempel 32 sid. 82 i kursboken?
3. Kan du bevisa gränsvärdesreglarna?
4. Vad är en kontinuerlig funktion? Varför är kontinuitet en så viktig egenskap?
5. Kan du satsen om mellanliggande värden? **Bevis** (lv 7)?
6. Vad är en deriverbar funktion? Är en kontinuerlig funktion deriverbar? Är en deriverbar funktion kontinuerlig (**bevis**)?
7. Stämmer påståendet: $\lim_{x \rightarrow a+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow a-} f'(x) \Rightarrow f$ är deriverbar i a ?
8. Kan du (formulera och **bevisa**) deriveringsreglarna?
9. Vad ger $f'(a)$? Kan du skriva upp en ekvation för tangenten/normalen?
10. Kan du derivera f^{-1} (under vilka förutsättningar?) och **visa** din formel?
11. Vad är lokala extrempunkter (lokala maxima/minima)? Hur kan du eventuellt hitta dem m.h.a. derivatan (**bevis** av Fermats kriterium)?
12. Vad är en stationär punkt? Är stationära punkter lokala extrempunkter?
13. Kan du (formulera, **bevisa**) Lagranges sats (differentialkalkylens medelvärdessats)? Vilka tillämpningar har Lagranges sats?
14. Vad menas med att en funktion är konvex/konkav? Vad är en inflexionspunkt? Hur kan du eventuellt m.h.a. derivatan avgöra om en funktion är växande/avtagande, resp. konvex/konkav (**bevis**)? Är en strängt konvex funktion injektiv? Deriverbar? Är inflexionspunkter lokala extrempunkter?

15. Hur definieras funktionerna $\operatorname{sgn}(x)$, $\theta(x)$, $\ln x$, e^x , x^a , $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\sinh x$, $\cosh x$, $\tanh x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$?

Kan du **visa** att dessa funktioner är kontinuerliga/deriverbara och härleda derivatorna till dem?

16. Kan du (även **visa**) standardgränsvärdena

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}, \lim_{x \rightarrow 0+} x \ln x, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x}?$$

Moment 3: integral, kurvor

1. Vad är en primitiv funktion till f ? Kan du **motivera** varför en kontinuerlig funktion har en primitiv funktion (hur "konstruerar" man en primitiv funktion)?
2. Vad är $\int f(x) dx$ resp. $\int_a^b f(x) dx$? Kan du **visa** att $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b$ är oberoende av vilken primitiv funktion F till f man väljer?
3. Hur definieras funktionerna $\ln(x)$ och $\exp(x)$?
Kan du **visa** logaritmlagarna och räknelagarna för exponentialfunktionen?
4. Hur lyder formlerna för variabelsubstitution och för partiell integration?
5. Kan du partialbråksuppdelarationella funktioner?
6. Vad är en Riemann-summa?
7. Är summan/produkten av två jämna funktioner jämn? Av udda funktioner?
Av en udda och en jämn funktion?
8. Kan du (formulera och **bevisa**) integralkalkylens medelvärdessats (båda versionerna: för en resp. för två funktioner)?
9. Hur definieras (konvergent/divergent) generaliserad integral?
10. Kan du (formulera och **bevisa**) jämförelsesatsen för generaliserade integraler?
11. Vad är en $(C^m -)$ kurva i $\mathbb{R}^3$? Båglängselementet? Längden av en kurva?