

## REPETITIONSFRÅGOR inl. matem. analys för F1, TM, 09

### Moment 1: mängd, funktion

1. Vad är en mängd?
2. Definiera  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $A \subseteq B$ ,  $P(A)$  (potensmängden av  $A$ ) och  $A \times B$  ((den kartesiska) mängdprodukten av  $A$  och  $B$ ) ( $A, B$  mängder).
3. Vad är supremum (infimum) av en mängd  $M \subseteq \mathbb{R}$  (lv6,7)?
4. Vad är mängderna  $\emptyset, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ ?
5. Kan du visa att  $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$ ?
6. Vad är en relation? Vad är en funktion? Vad menas med  $f: X \rightarrow Y$   $x \mapsto y$ ?
7. Vad är en växande, en avtagande, en monoton, en strängt växande, en strängt avtagande, en strängt monoton, en begränsad funktion?
8. Vad är en injektiv funktion? Vad är  $f^{-1}$ ?

### Moment 2: gränsvärde, kontinuitet, deriverbarhet, elementära funktioner

1. Kan du skriva upp definitionerna för  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ ,  $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = A$ ,  $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = A$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$ ,  $f(x) \rightarrow \pm\infty$  då  $x \rightarrow a$  ( $a \pm, \pm\infty$ )?
2. Vilka "gränsvärdesregler" användes i exempel 32 sid. 82 i kursboken?
3. Kan du bevisa gränsvärdesreglarna?
4. Vad är en kontinuerlig funktion? Varför är kontinuitet en så viktig egenskap?
5. Kan du satsen om mellanliggande värden? **Bevis** (lv 7)?
6. Vad är en deriverbar funktion? Är en kontinuerlig funktion deriverbar? Är en deriverbar funktion kontinuerlig (**bevis**)?
7. Stämmer påståendet:  $\lim_{x \rightarrow a+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow a-} f'(x) \Rightarrow f$  är deriverbar i  $a$ ?
8. Kan du (formulera och **bevisa**) deriveringsreglerna?
9. Vad ger  $f'(a)$ ? Kan du skriva upp en ekvation för tangenten/normalen?
10. Kan du derivera  $f^{-1}$  (under vilka förutsättningar?) och **visa** din formel?
11. Vad är lokala extrempunkter (lokala maxima/minima)? Hur kan du eventuellt hitta dem med hjälp av derivatan (**bevis**)?
12. Vad är en stationär punkt? Är stationära punkter lokala extrempunkter?
13. Kan du (formulera, **bevisa**) Lagranges sats (differentialkalkylens medelvärdessats)? Vilka tillämpningar har Lagranges sats?

14. Vad menas med att en funktion är konvex/konkav? Vad är en inflexionspunkt? Är en strängt konvex funktion injektiv? Deriverbar? Är inflexionspunkter lokala extrempunkter?
15. Hur kan du eventuellt med hjälp av derivatan avgöra om en funktion är växande/avtagande, resp. konvex/konkav? **Bevisa** det?
16. Hur definieras funktionerna  $\operatorname{sgn}(x)$ ,  $\theta(x)$ ,  $\ln x$ ,  $e^x$ ,  $x^a$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$ ,  $\sinh x$ ,  $\cosh x$ ,  $\tanh x$ ,  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\arctan x$ ? Kan du **visa** att dessa funktioner är kontinuerliga/deriverbara och **härleda** derivatorna till dem?
17. Kan du (även **visa**) standardgränsvärdena
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}, \lim_{x \rightarrow 0+} x \ln x, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x}?$$

### Moment 3: integral, kurvor

1. Vad är en primitiv funktion till  $f$ ? Kan du **motivera** varför en kontinuerlig funktion har en primitiv funktion (hur "konstruerar" man en primitiv funktion)?
2. Vad är  $\int f(x) dx$  resp.  $\int_a^b f(x) dx$ ? Kan du **visa** att  $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b$  är oberoende av vilken primitiv funktion  $F$  till  $f$  man väljer?
3. Hur definieras funktionerna  $\ln(x)$  och  $\exp(x)$ ? Kan du **visa** logaritmlagarna och räknelagarna för exponentialfunktionen?
4. Hur lyder formlerna för variabelsubstitution och för partiell integration?
5. Kan du partialbråksuppdelning av rationella funktioner?
6. Vad är en Riemann-summa?
7. Är summan/produkten av två jämna funktioner jämn? Av två udda funktioner? Av en udda och en jämn funktion?
8. Kan du (formulera och **bevisa**) integralkalkylens medelvärdessats (båda versionerna: för en resp. för två funktioner)?
9. Hur definieras (konvergent/divergent) generaliserad integral?
10. Kan du (formulera och **bevisa**) jämförelsesatsen för generaliserade integraler?
11. Vad är en  $(C^m-)$  kurva i  $\mathbb{R}^3$ ? Båglängdselementet? Längden av en kurva?