Några intressanta (mot)exempel

1. "Kontinuerlig" medför inte "partiellt deriverbar".

Låt $f(x,y) = |x| + |y|$; visa att f är kontinuerlig, men inte partiellt deriverbar i origo.

Men OBS: Visa att $f(x,y) = |xy|$ är differentierbar i origo (trots beloppet!).
(tenta 07-08-28, uppg. 3c)

2. "Partiellt deriverbar" medför inte "kontinuerlig".
Existensen av riktningsderivatan i varje riktning medför inte "differentierbar".

Låt $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^4}, & \text{då } x \neq 0 \\ 0 & \text{, då } x = 0 \end{cases}$; visa att f är partiellt deriverbar men inte kontinuerlig (och därmed inte differentierbar) i origo, att riktningsderivatan $f'_{\boldsymbol{v}}(0,0)$ existerar för varje $\boldsymbol{v} = (\alpha, \beta)$, $\alpha^2 + \beta^2 = 1$, men att $f'_{\boldsymbol{v}}(0,0) = \operatorname{grad} f(0,0) \bullet \boldsymbol{v}$ inte gäller för varje $\boldsymbol{v} = (\alpha, \beta)$, $\alpha^2 + \beta^2 = 1$.
(ö-tenta 07-02-17, uppg. 3)

3. "Partiellt deriverbar och kontinuerlig" medför inte "differentierbar".

Låt $f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x-y)^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$; visa att f är kontinuerlig och partiellt deriverbar men inte differentierbar i origo.
(en ö-tenta uppgift)

4. "Differentierbar" medför inte $\boldsymbol{C^1}$.

Låt $f(x,y) = \begin{cases} \left(x^2+y^2\right) \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right), & \text{då } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{, då } (x,y) = (0,0) \end{cases}$; visa att f är differentierbar men inte C^1 i origo.
(ö-tenta 06-02-11, uppg. 3)

5. "Bijektiv" medför inte "funktionaldeterminant $\neq 0$"
("funktionaldeterminant = 0" medför inte "ej bijektiv").

Visa att $\boldsymbol{T} : \underset{(x,y)\ \mapsto\ (x^3,y^3)}{\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2}$ är C^1 och bijektiv, men $\dfrac{d\boldsymbol{T}}{d\boldsymbol{x}}(0,0) = 0$ $(\boldsymbol{x} = (x,y))$.