

# CHALMERS

## Maskinteknik & Teknisk fysik & Teknisk matematik

### Dugga 1

13 september 2014, 10:30–12:30

Skrivtid: 120 min

Inga hjälpmedel tillåtna.

OBS! Lämna *inte* in kladdpapper och lösningsskisser till uppgifterna 1–20.

Eventuella frågor kan ställas per telefon.

Anders Logg: 031-7725346 (främst M)

Jana Madjarova: 073-7855697 (främst F och TM)

Namn och program: .....

Personnummer: .....

---

A. Markera rätt svar genom att ringa in. (1p för varje rätt svar; OBS! Endast ett rätt svar per uppgift.)

- Uttrycket  $\frac{a^6 - 8}{a^4 + 4a^2 + 4}$  är för alla reella  $a$  lika med  
(a)  $a^2 - 2$ ;    (b)  $a^2 + 2$ ;    (c)  $(a - 2)^2$ ;    (d) inget av (a)-(c).
- Talet  $\sqrt{6 - \sqrt{20}}$  är lika med  
(a)  $\sqrt{5} - 1$ ;    (b)  $1 - \sqrt{5}$ ;    (c)  $\sqrt{6} - \sqrt[4]{20}$ ;    (d) annat svar.
- Antalet (reella) lösningar till ekvationen  $\sqrt{x + 3} = -x - 3$  är  
(a) 0;    (b) 1;    (c) 2;    (d) inget av (a)-(c).
- Den största lösningen till ekvationen  $4^x - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$  är  
(a)  $-1$ ;    (b) 1;    (c) 3;    (d) inget av (a)-(c).
- Det största heltalet som uppfyller  $\log_3(\log_5 x) \leq 0$  är  
(a) 1;    (b) 3;    (c) 5;    (d) annat svar.

6. Om  $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$  och  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ , så har  $\sin 2\alpha$  värdet

(a)  $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ ;      (b)  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ ;      (c)  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ;      (d) annat värde.

7. Om  $\cos \alpha = t$  och  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ , så har  $\tan \alpha$  värdet

(a)  $\frac{\sqrt{1-t^2}}{t^2}$ ;      (b)  $\frac{\sqrt{1-t^2}}{t}$ ;      (c)  $\frac{\sqrt{1-t^2}}{-t}$ ;      (d) annat värde.

8. Markera det tal som *inte* kan vara antalet kanter i en pyramid

(a) 28;      (b) 29;      (c) 30;      (d) inget av (a)-(c).

9. Ekvationen  $x^2 + 24xy + 68y^2 = 0$  representerar en

(a) ellips;      (b) parabel;      (c) hyperbel;      (d) går inte att avgöra.

10. För det komplexa talet  $z$  gäller att  $z + \bar{z} > 0$ ,  $iz + i\bar{z} < 0$ . Talet  $z$  ligger i

(a) första kvadranten;      (b) andra kvadranten;  
(c) annan kvadrant;      (d) går ej att avgöra.

11. Talet  $2e^{i\frac{\pi}{3}}$  är lika med

(a)  $e^{i\frac{2\pi}{3}}$ ;      (b)  $-2e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ;      (c)  $\overline{2e^{-i\frac{\pi}{3}}}$ ;      (d) inget av (a)-(c).

12. Antalet heltalslösningar till olikheten  $(x+1)(x-2)(x-6)(x-7) < 0$  är

(a) 2;      (b) 4;      (c) 6;      (d) inget av (a)-(c).

13. Ellipsen  $x^2 + 2y^2 = 2$  beskrivs av  $x = a \cos t$ ,  $y = b \sin t$ ,  $t \in [0, 2\pi]$  för

(a)  $a = 2$ ,  $b = 1$ ;      (b)  $a = 1$ ,  $b = 2$ ;      (c)  $a = 1$ ,  $b = \sqrt{2}$ ;      (d) inget av (a)-(c).

14. Markera den olikhet som *inte* är ekvivalent med olikheten  $\frac{3-x}{x+2} > 0$

(a)  $\frac{x-3}{x+2} < 0$ ;

(b)  $(3-x)(x+2) > 0$ ;

(c)  $\frac{2+x}{3-x} > 0$ ;

(d) alla olikheter i (a)-(c) är ekvivalenta med den givna.

15. Likheten  $|x + 3| + |x - 3| = 6$  gäller för alla  $x$  som uppfyller

- (a)  $0 < x < 3$ ;
- (b)  $x < -3$ ;
- (c)  $x > 3$ ;
- (d) inget av ovanstående.

---

B. Lös uppgifterna nedan; ange endast svar. (2p för varje rätt svar)

16. Beräkna

$$\frac{\frac{1}{7} + \frac{1}{5}}{\frac{2}{15} - \frac{7}{12}}.$$

Ange svaret på formen  $\frac{p}{q}$ , där  $p, q$  är relativt prima heltal.

Svar:

17. Beräkna och ange  $\log_{5\sqrt{5}} 5$ .

Svar:

18. Givet att  $S = 2 + a_2 + a_3 + 54$  är en geometrisk summa, beräkna och ange  $S$ .

Svar:

19. Givet funktionen  $f(x) = \cos^2 x + \sin x - 3$ , ange dess minsta värde.

Svar:

20. Ange den största heltalslösningen till ekvationen

$$2^{\pi-x} \cos(\pi x) = (-1)^{x+10} \cdot 4^{x+\frac{\pi}{2}-3}.$$

Svar:

C. Ge fullständig lösning till uppgiften nedan. (max 5p)

Lös ekvationen

$$\sin(\ln x) = \cos(\ln(x^2)).$$