

**TMA970****Matematik Chalmers****Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F / TM**

Datum: 2013-08-30, kl. 8:30 - 12:30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: John Bondestam Malmberg, tel. 070-3088304,  
besöker salen ca 9:30 och 11:30.

=====

1. Avgör om integralerna nedan konvergerar eller divergerar. Ge endast svar, d.v.s. konvergent/divergent.

$$(a) \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2+1}}; \quad (b) \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3+1}}; \quad (c) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}; \quad (d) \int_{-1}^1 \ln|x| dx.$$

Avgör om påståendena nedan är sanna eller falska. Ge endast svar, sant/falskt.

(e) Om  $f$  är kontinuerlig i  $a$ , så är  $f$  deriverbar i  $a$ .

(f) Om  $f$  inte är kontinuerlig i  $a$ , så är  $f$  inte deriverbar i  $a$ .

(g) Om  $f$  är deriverbar i  $a$ , så är  $f'$  kontinuerlig i  $a$ .

(h) Om  $f$  är deriverbar i  $a$ , så är  $f$  kontinuerlig i  $a$ .

(Varje rätt svar ger 1p, varje fel svar ger -1p, inget svar ger 0p; hela uppgiften ger minst 0p.)

2. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

$$(a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + 4x + 4} + x - 2 \right) \quad (4p); \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x + \cos x - 1}{\sin x^2} \quad (4p).$$

3. Rita grafen till funktionen  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ . Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (7p)

4.(a) Bestäm en primitiv funktion till  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 6x + 3}}$ . (4p)

(b) Beräkna  $\int_0^1 \frac{x}{x^3 - 8} dx$ . (4p)

5. Visa att följderna med element  $a_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , där

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2^n}\right),$$

är konvergent. (7p)

6. Funktionen  $f$  är två gånger deriverbar i det öppna intervallet  $(a, b)$ , och  $f'' > 0$  i  $(a, b)$ . Om  $a < x_1 \leq x_2 < b$ , visa att

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \leq \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}. \quad (7p)$$

7. Formulera och bevisa satsen om invers funktions derivata. (7p)

8.(a) Formulera och bevisa satsen om partiell integration för obestämda integraler. Förklara vilken deriveringsregel den motsvaras av. (4p)

(b) Finn en primitiv till funktionen  $e^{-2x} \sin 3x$ . (4p)

Betygsgränser: 24-35p ger betyget 3; 36-47p ger betyget 4; 48p+ ger betyget 5.

/JM