

TMA970**Matematik Chalmers****Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F / TM**

Datum: 2015-08-24, kl. 8:30 - 12:30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Timo Hirscher, tel. 070-3088304, besöker salen ca 9:30 och 11:30.

1. Avgör om integralerna nedan konvergerar eller divergerar. Ge endast svar, d.v.s. konvergent/divergent.

$$(a) \int_{-\infty}^0 \frac{\sqrt{2-x}}{2x^2+1} dx; \quad (b) \int_1^{\infty} \frac{dx}{e^{\frac{1}{x}}}; \quad (c) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx.$$

Avgör om påståendena nedan är sanna eller falska. Ge endast svar, sant/falskt.

(d) Om funktionen f är deriverbar i $[a, \infty)$, och f' har ett ändligt gränsvärde när $x \rightarrow \infty$, så har f asymptot i ∞ .

(e) Om funktionen f är deriverbar i $[a, \infty)$, och f har asymptot i ∞ , så har f' ett ändligt gränsvärde när $x \rightarrow \infty$.

(f) Om funktionen f har asymptoten $y = -x$ när $x \rightarrow \infty$, så gäller att $f(x) \rightarrow -\infty$ när $x \rightarrow \infty$.

(Varje rätt svar ger 1p, varje fel svar ger -1p, inget svar ger 0p; hela uppgiften ger minst 0p.)

2. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n} \quad (3p); \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{x} \quad (3p).$$

3. Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}$. Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (6p)

4.(a) Bestäm en primitiv funktion till $f(x) = \frac{1}{\sqrt{7 - 5x^2}}$. (3p)

(b) Beräkna $\int_0^1 e^{-x} \sin 2x dx$. (3p)

5. Visa att funktionen $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ inte har ändlig derivata i punkten $x_0 = 1$. (6p)

6. Visa att funktionen $f(x) = \tan x - x$ har oändligt många reella nollställen. (6p)

7. Formulera och bevisa satsen om invers funktions derivata. (6p)

8.(a) Redogör för hur man hittar en primitiv funktion till funktionen

$$\frac{1}{(x^2 + a^2)^n}, \quad a \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 2. \quad (4p)$$

(b) Finn en primitiv till funktionen

$$\frac{x}{(x^2 + 2x + 2)^2}. \quad (3p)$$

Betygsgränser: 20-29p ger betyget 3; 30-39p ger betyget 4; 40p+ ger betyget 5.

/JM