

TMA970**Matematik Chalmers****Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F / TM**

Datum: 2016-08-22, kl. 8:30 - 12:30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Olof Giselsson, ankn. 5325, besöker salen ca 9:30 och 11:30.

=====

1. Avgör om integralerna nedan konvergerar eller divergerar. Ge endast svar, d.v.s. konvergent/divergent.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}; & \quad \text{(b)} \int_{-\infty}^0 e^{-x} dx; & \quad \text{(c)} \int_{-\infty}^0 e^{-|x|} dx; \\ \text{(d)} \int_0^1 x \ln x dx; & \quad \text{(e)} \int_1^2 \frac{dx}{\ln x}; & \quad \text{(f)} \int_0^1 \frac{dx}{\ln(1+x)}. \end{aligned}$$

(Varje rätt svar ger 1p, varje fel svar ger $-1p$, inget svar ger $0p$; hela uppgiften ger minst $0p$.)

2. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

$$\text{(a)} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2+\dots+n}{n+2} - \frac{n}{2} \right) \quad (3p); \quad \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \quad (3p).$$

3. Rita grafen till funktionen $f(x) = x + \sin x$. Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (6p)

4.(a) Bestäm en primitiv funktion till $f(x) = \frac{1}{4 - 3 \cos^2 x + 5 \sin^2 x}$. (3p)

(b) Beräkna $\int_0^1 \frac{x}{1 + \sqrt{x}} dx$. (3p)

5. Punkten P ligger på hyperbeln med ekvation $y = \frac{a}{x}$, $a \neq 0$. Tangenten till hyperbeln i P skär x - och y -axlarna i punkterna A och B , respektive. Visa att P är mittpunkten på sträckan AB . (6p)

6. Visa att funktionen $f(x) = \frac{\sin(x+a)}{\sin(x+b)}$, $a, b \in \mathbb{R}$, är monotont växande eller monotont avtagande i varje intervall i sin definitionsmängd. (6p)

7.(a) Formulera och bevisa satsen om invers funktions derivata. (6p)

(b) Härled derivatan av $\arctan x$. (2p)

8. Hur många primitiva funktioner kan en given funktion ha i ett givet intervall? Givet en primitiv, hur får man alla övriga? Visa ditt påstående. Bläddra tillbaka i kursen, vilken kedja av satser ligger i grunden för ditt bevis? Ange så många du kan, i rätt logisk ordning (utan bevis). (6p)

Betygsgränser: 20-29p ger betyget 3; 30-39p ger betyget 4; 40p+ ger betyget 5.

/JM