

TMA970**Matematik Chalmers****Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F / TM**

Datum: 2017-08-25, kl. 8:30 - 12:30.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: _____, besöker salen ca 9:30 och 11:30.
=====

1. Avgör om integralerna nedan konvergerar eller divergerar. Ge endast svar, d.v.s. konvergent/divergent.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \int_0^\infty \frac{e^{-x}}{e^{-2x} + 1} dx; & \quad \text{(b)} \int_{-\infty}^0 \frac{\sqrt{|x|}}{1 + x^2} dx; & \quad \text{(c)} \int_2^\infty \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx; \\ \text{(d)} \int_0^e \sqrt{x} \ln x dx; & \quad \text{(e)} \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(2-x)}}; & \quad \text{(f)} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}. \end{aligned}$$

(Varje rätt svar ger 1p, varje fel svar ger $-1p$, inget svar ger $0p$; hela uppgiften ger minst $0p$.)

2. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

$$\text{(a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2 - x + 1)}{\ln(x^{10} + x + 1)} \quad (3p); \quad \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \tan \frac{\pi x}{2} \quad (3p).$$

3. Rita grafen till funktionen $f(x) = \ln(x^2 + 3)$. Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (6p)

4.(a) Bestäm en primitiv funktion till $f(x) = \frac{1}{(\cos x + \sin x)^2}$. (3p)

(b) Beräkna $\int_1^\infty \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$. (4p)

5. Visa på två olika sätt att $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$, för alla $x \in [-1, 1]$. (5p)

6. Bestäm gränsvärdet $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + \sqrt[n]{a}}{2} \right)^n$, där $a > 0$. (6p)

7.(a) Formulera och bevisa satsen om invers funktions derivata. (6p)

(b) Härled derivatan av $\arcsin x$. (2p)

8. Hur många primitiva funktioner kan en given funktion ha i ett givet intervall? Givet en primitiv, hur får man alla övriga? Visa ditt påstående. Bläddra tillbaka i kursen, vilken kedja av satser ligger i grunden för ditt bevis? Ange så många du kan, i rätt logisk ordning (utan bevis). (6p)

Betygsgränser: 20-29p ger betyget 3; 30-39p ger betyget 4; 40p+ ger betyget 5.

/JM