

TMA970**Matematik Chalmers****Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F / TM**

Datum: 2016-12-22, kl. 14:00 - 18:00.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Jana Madjarova, ankn. 3531, svarar på frågor i telefon.

=====

1. Avgör om integralerna nedan konvergerar eller divergerar. Ge endast svar, d.v.s. konvergent / divergent.

$$(a) \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - x + 1}} dx; \quad (b) \int_2^{\infty} \frac{1}{\ln x} dx; \quad (c) \int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln x} dx;$$

Avgör om påståendena nedan är sanna eller falska. Ge endast svar, det vill säga sant / falskt.

- (d) Om f är deriverbar i (a, ∞) , och $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = \infty$, så gäller att $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.
(e) Om f är deriverbar i (a, ∞) , och $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, så gäller att $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = \infty$.
(f) Om f är två gånger deriverbar i (a, ∞) , och $\lim_{x \rightarrow \infty} f''(x) = \infty$, så gäller att $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

(Varje rätt svar ger 1p, varje fel svar ger -1p, inget svar ger 0p; hela uppgiften ger minst 0p.)

2. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel får ej användas)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin^2 x} - \cos x}{\sin^2 x} \quad (3p); \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^3 - x^2 + 1} - \sqrt{x^3 + x^2 + 1}) \quad (3p).$$

3. Rita grafen till funktionen $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$. Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (6p)

4.(a) Bestäm en primitiv funktion till $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2-x^2}}$. (3p)

(b) Beräkna $\int_0^1 x e^{-3x} dx$. (3p)

5. Skissa grafen till funktionen f i intervallet (a, b) , eller tala om att det inte finns någon sådan funktion, där f uppfyller följande i hela intervallet:

$$(a) f > 0, f' > 0, f'' < 0; \quad (b) f > 0, f' < 0, f'' > 0;$$
$$(c) f < 0, f' > 0, f'' > 0; \quad (d) f > 0, f' < 0, f'' < 0.$$

Lös därefter samma uppgift för intervallet (a, ∞) . (8p)

6. Givet är funktionen $f(x) = x^n + px + q$, $n \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{R}$. Bestäm (som funktion av n) det största antalet olika reella nollställen f kan ha för reella parametervärden p och q . (6p)

7. Formulera och bevisa satsen om invers funktions derivata. (6p)
- 8.(a) Formulera och bevisa satsen om partiell integration för primitiva funktioner. (4p)
- (b) Ge exempel på fyra olika typer av funktioner, vilkas primitiva hittas med hjälp av partiell integration. (2p)

Betygsgränser: 20-29p ger betyget 3; 30-39p ger betyget 4; 40p+ ger betyget 5.

/JM